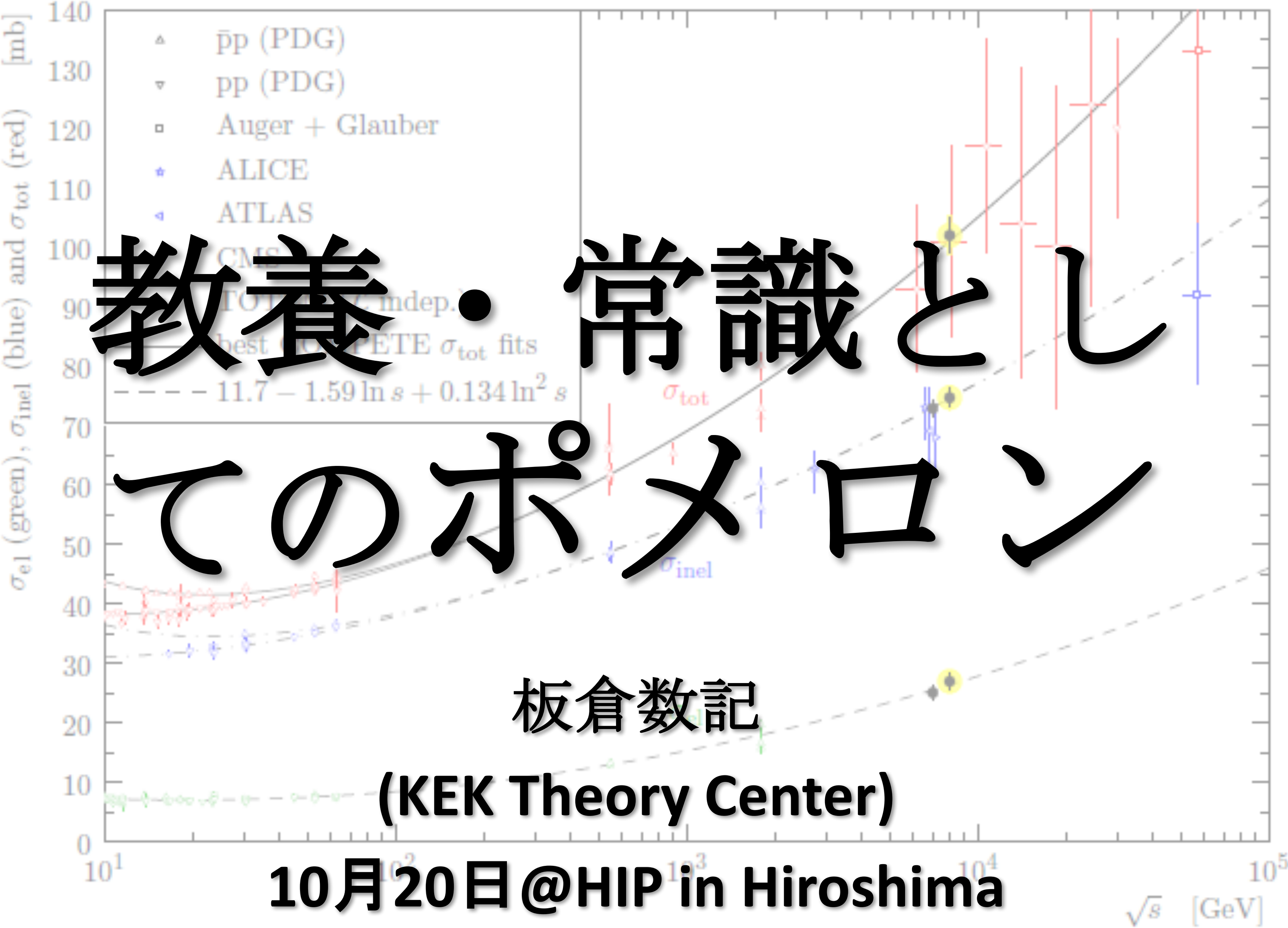
教養・常識としてのポメロン

板倉数記
(KEK Theory Center)

10月20日@HIP in Hiroshima



文献

- P.D.B.Collins, “**An Introduction to Regge Theory and high energy physics**” (Cambridge, 1977)　何でも書いてあるが詳しすぎる

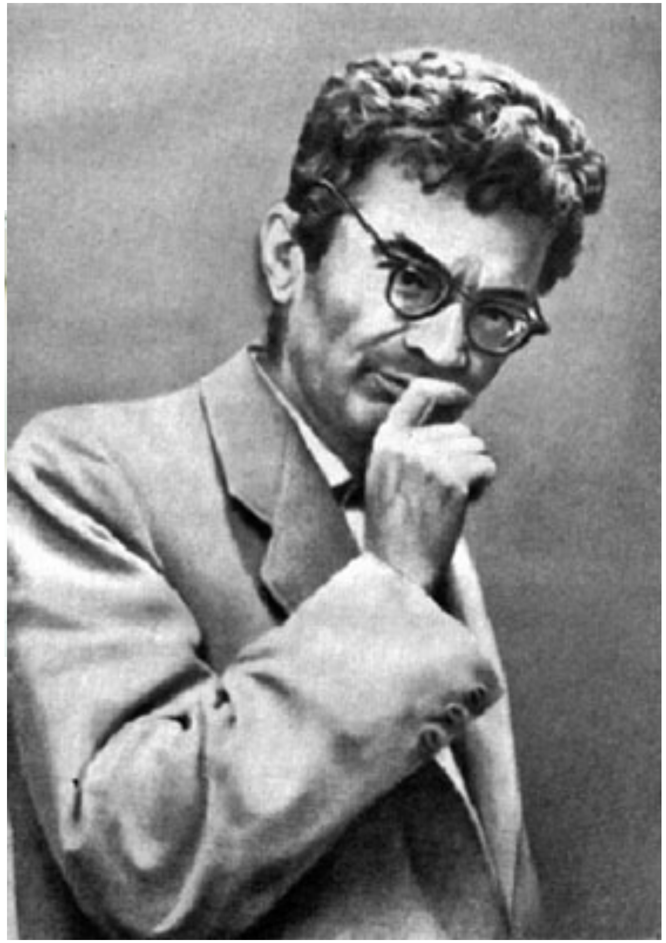
- J.R.Forshaw, D.A.Ross, “**Quantum Chromodynamics and the Pomeron**” (Cambridge, 1997) Chapter 1 にコンパクトな解説

- V.Barone, E. Predazzi, “**High Energy Particle Diffraction**” (Springer 2002)
  丁寧で非常に良い

- 小平治郎 **『場の理論としての量子色力学』**　1998
  Chapter 11 “Regge理論”　未公開講義ノートだが、大変良い
  (ファイルをdistributeして良いと故小平先生から言われました)

- 板倉数記 原子核研究　59巻 No.1 (2014年9月号) キーワード解説
  『レッジェ理論とレッジェ極』、**『ポメロン』** は、本講演を4ページにまとめたもの

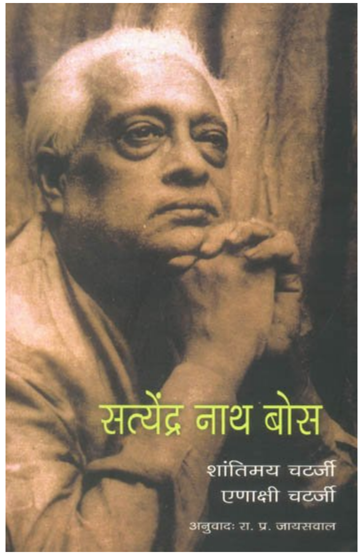
Pomer on



Isaak Pomeranchuk (1913-1966)

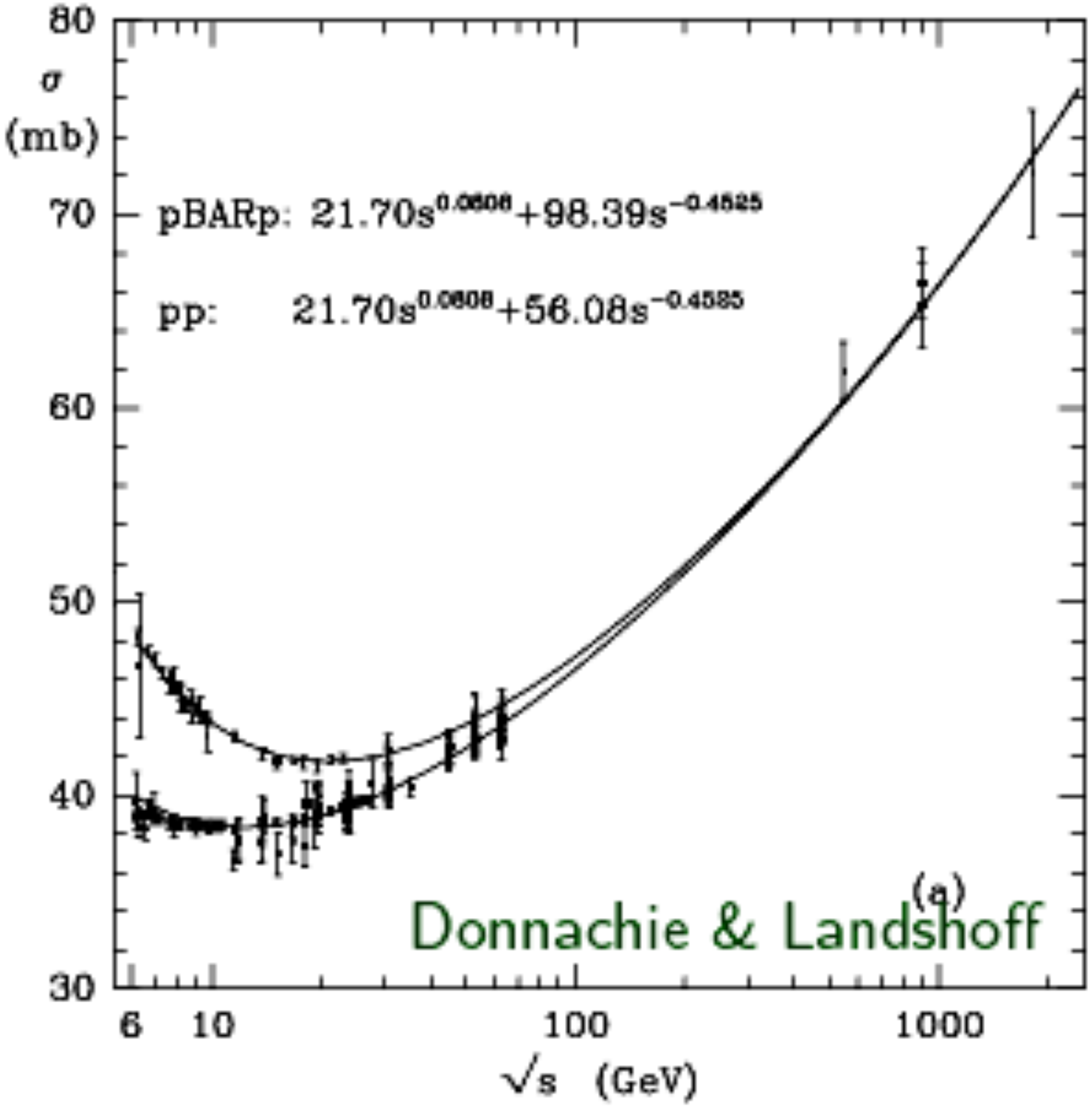
粒子を表す「接尾辞」 on

Fermion, Boson などと
同じセンス



Pomeronはどこに出てくるのか？

ハドロン散乱に於ける全断面積



全断面積が散乱エネルギーの増加に伴って増大する振る舞いを「ポメロン」というもののせいにする

$$\sigma_{tot} \sim s^{\alpha_P(0)-1}$$

Donnachie-Landshoff, 1992

100GeV以下のデータをフィット

Pomeron + Reggeon で表現可

$\alpha_P(0)=1.08 > 1$, $\alpha_R(0)=0.55 < 1$

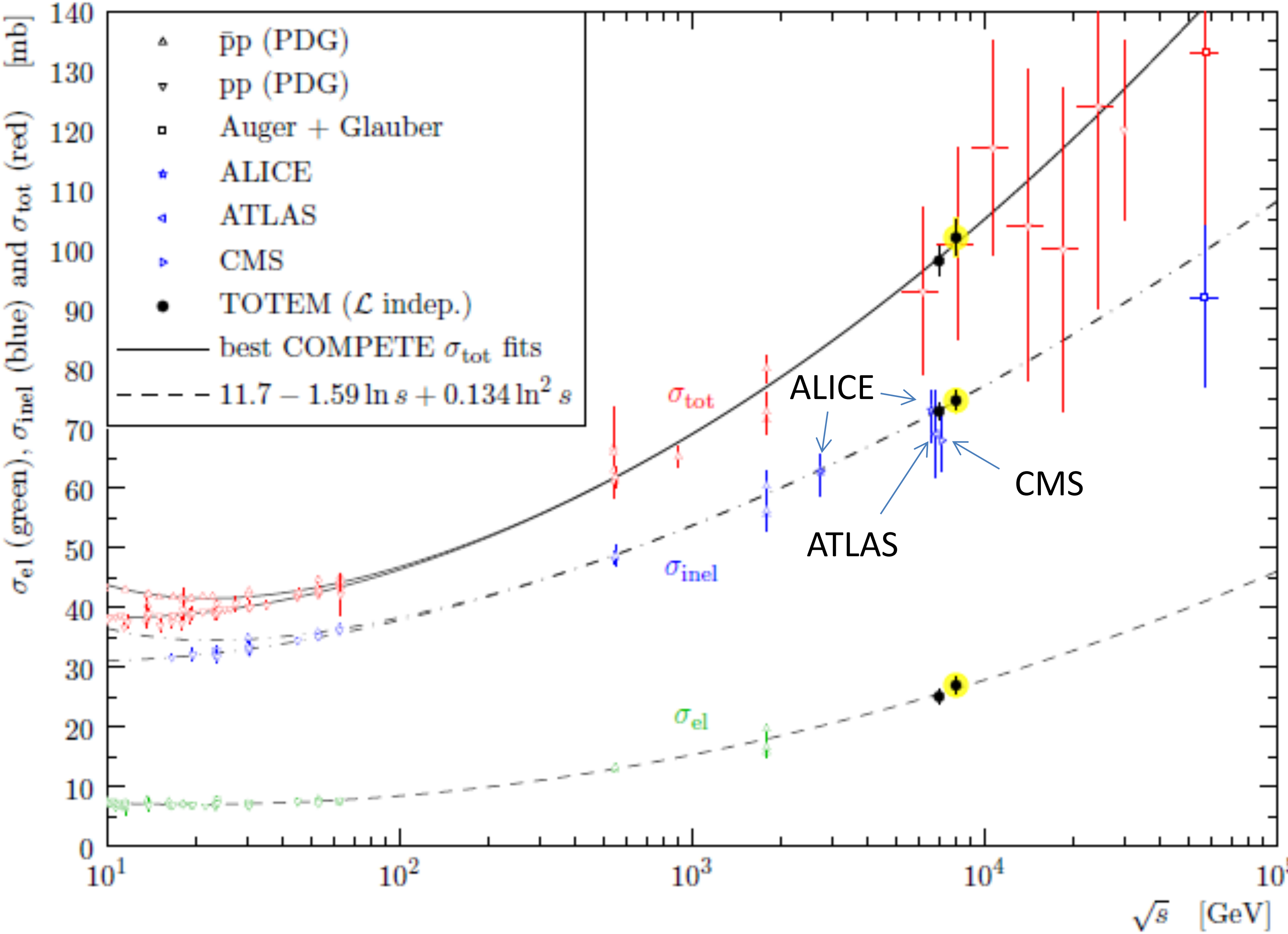
ポメロン項が主要項で、pp, ppbarで同じ依存性

Reggeonの$\alpha_R(0)=0.55$は Regge 軌跡からの値と一致

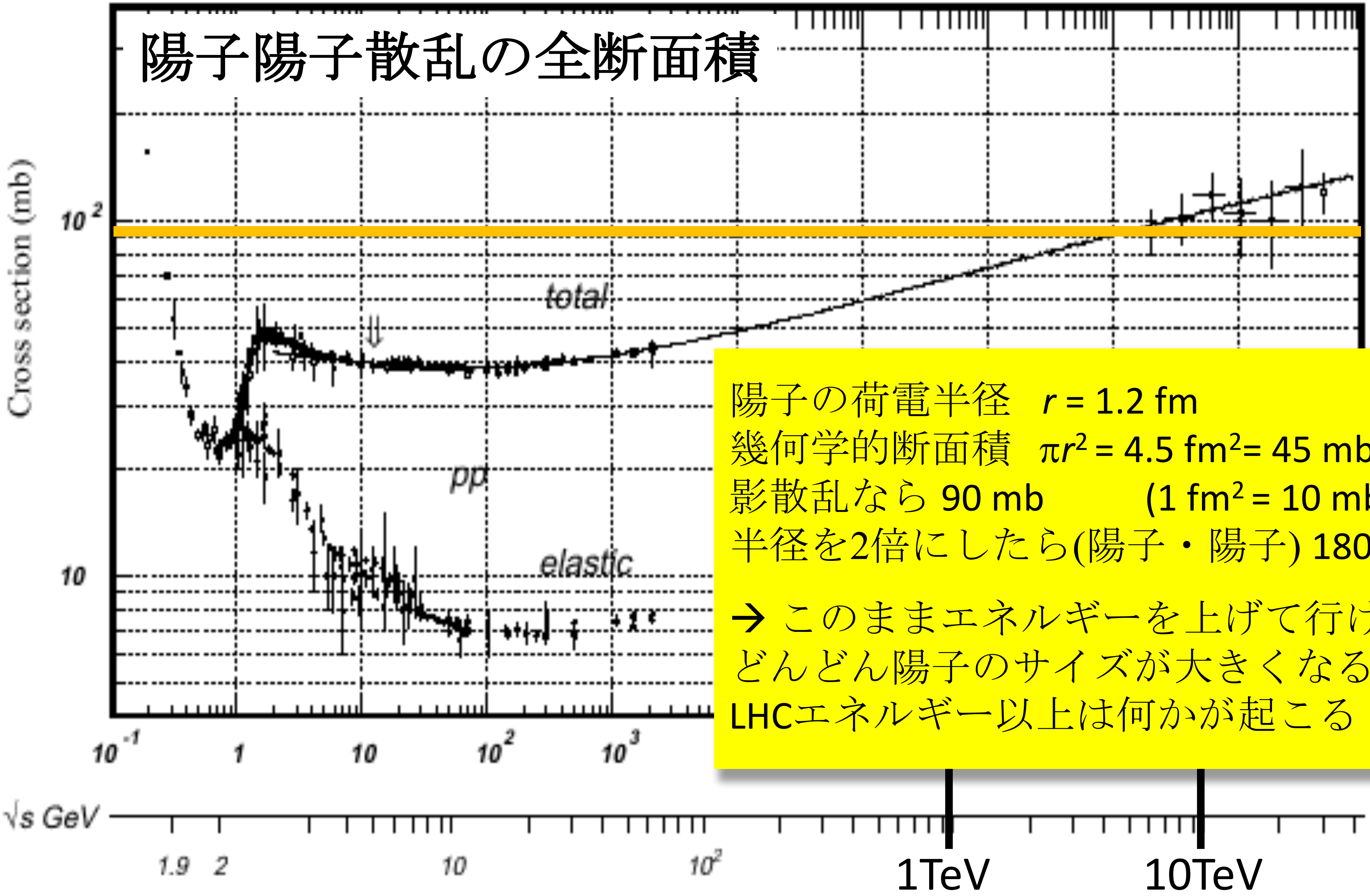
π^+p, π^-p, γ p散乱も同様に記述可

LHC@8TeV

TOTEM, 2013



このデータの面白さ



陽子の荷電半径　r = 1.2 fm
幾何学的断面積　πr^2 = 4.5 fm^2= 45 mb
影散乱なら 90 mb　　　(1 fm^2 = 10 mb)
半径を2倍にしたら(陽子・陽子) 180mb

→ このままエネルギーを上げて行けば
どんどん陽子のサイズが大きくなる？
LHCエネルギー以上は何かが起こる

ポメロンとは？

今の段階で答えるとすると、、、

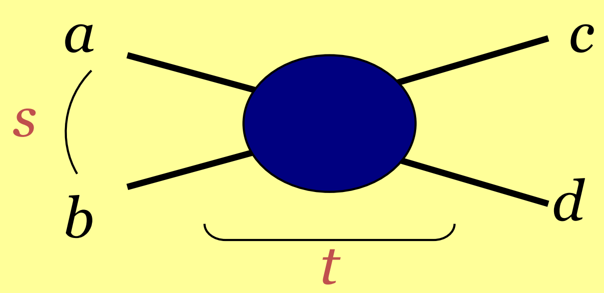
ハドロン・ハドロン散乱のエネルギー増加に伴う全断面積の増大を記述する役割を与えられた、粒子のようなもの。

高エネルギー極限

Regge極限ともいう

「全散乱エネルギー」　≫　「反応における典型的運動量スケール」

ハドロン・ハドロン散乱



重心系散乱エネルギーの二乗

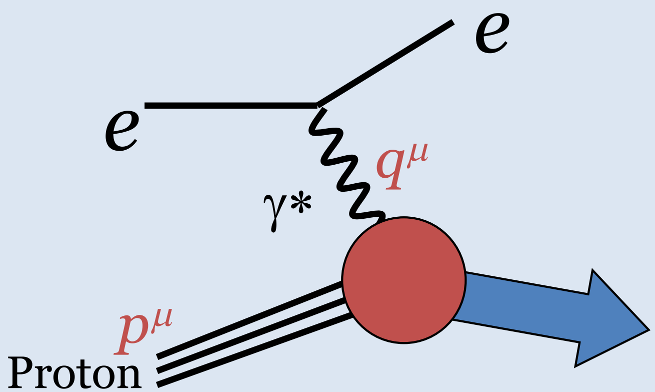
$s=(p_a+p_b)^2$

運動量移行の二乗

$t=(p_a-p_c)^2$

$\boldsymbol{s >> |t|}$

陽子の深非弾性散乱



$W^2=(p+q)^2$　γ-pの全散乱エネルギーの二乗

$Q^2=-q^2$　光子の仮想度

$\boldsymbol{W^2 >> Q^2}$

或いは、$x \sim Q^2/(W^2+Q^2) \to 0$

Cf) Bjorken limit: $x=Q^2/2pq$ を固定して

$Q^2 \to \infty$,　$2p^m q_m \sim W^2+Q^2 \to \infty$

ソフト vs ハード

反応における典型的運動量スケール μ と Λ_{QCD} の比較

Λ_{QCD} ： QCD結合定数が発散する運動量スケール ～ 200-400MeV

例）1 loop

$$\alpha_s(Q) = \frac{4\pi}{\beta_0 \ln(Q^2/\Lambda_{QCD}{}^2)}, \qquad \beta_0 = 11 - \frac{2}{3} n_f$$

ハード（摂動的）	$\mu \gg \Lambda_{QCD}$
ソフト（非摂動的）	$\mu \lesssim \Lambda_{QCD}$

例）
- 散乱全断面積（光学定理から 前方散乱振幅　t=0　と関係）
- DISにおける仮想光子・陽子散乱断面積

Q^2 大→　摂動的に計算可能（因子化：ソフトとハードの分離が可能）
Q^2 小　→　光子（or vector meson）と陽子のソフトな散乱、非摂動的

しかし、一般の物理量に対して明確にソフトとハードの分離がされているわけではない

歴史的経緯

QCD前史

1943 Heisenberg　S行列の理論の提唱
1956 Pomeranchuk　Pomeranchukの定理
1958 Mandelstam　相対論的S行列の理論（Mandelstam変数の導入）
1959 Regge　Regge極の提唱（量子力学）
1961 Chew-Frautschi　相対論的「Regge理論」の完成　→　soft Pomeron
→ その後、dual resonance model, Veneziano amp, string theory

今日は
←ここまで

QCD以後

$\text{線形}\left\{ \begin{array}{l} \text{1970年代　QCDの確立} \\ \text{1976-78　BFKL　QCDによる高エネルギー散乱（LO-BFKL方程式）の導出} \\ \quad\quad \text{→　“hard Pomeron”　(← 1993ごろからHERAで観測)} \\ \text{\textasciitilde 2000　NLO-BFKLの完成　→　さらにその再足しあげ} \end{array} \right.$

$\text{非線形}\left\{ \begin{array}{l} \text{1983　GLR(Gribov-Levin-Ryskin)初めてsaturationを議論. BFKLの変更. CGCの原形} \\ \text{1986　Mueller-Qiu　DLA(DGLAPのsmall-x limit)に対する非線形補正} \\ \text{1994　McLerran-Venugopalan模型　高速で走る原子核の有効模型} \\ \text{2000　Iancu, McLerran, etc.　GLRを MV模型から再定式化し、さらにそれを超えた} \\ \quad\quad \text{→ JIMWLK方程式, BK方程式(LO)　繰り込み群的視点} \end{array} \right.$

→ **Color Glass Condensate**　（2001 Geometric scaling at HERA）
(2004 RHIC forward dAu)

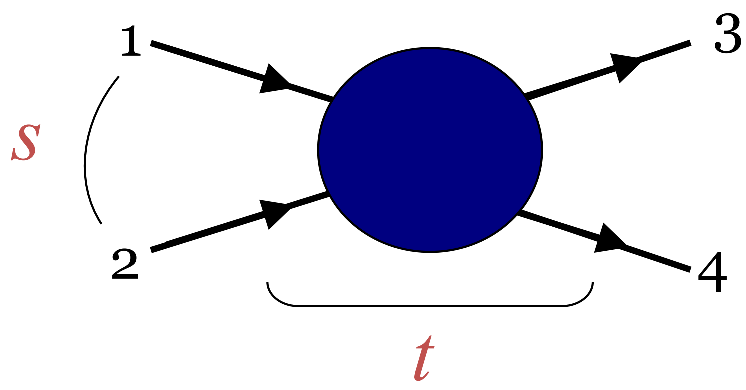
Regge理論というものが必要

- Regge理論で記述される「**Regge粒子(Reggeon)**」の特殊な場合がポメロン
- 場の理論には基づかない定式化
- ハドロンの自由度を用いた**S行列**による散乱の記述
- S行列に対していくつかの要請をして、高エネルギーでの散乱振幅の可能な形を規定していく
- QCD前史。しかし、いつかはQCDから説明されるべきもの
- 特にハードかソフトかを限定していないが、もともと摂動的な記述が不可能な領域を扱おうとしたもの（なので、場の理論的記述を諦めた）

Kinematics

以下では2体散乱（2→2）を考える

それぞれの質量を m_i , 運動量を p_i^μ



Mandelstam変数 ; Lorentz不変

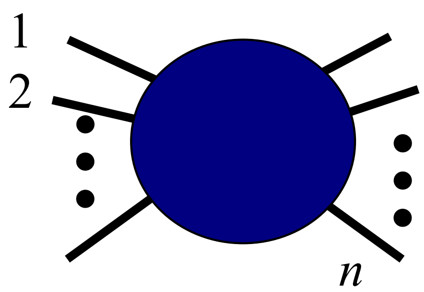
$$s = (p_1 + p_2)^2$$

$$t = (p_1 - p_3)^2$$

$$u = (p_1 - p_4)^2$$

独立な変数は２つのみ $s + t + u = \sum_{i=1}^{4} m_i^2$

→ 散乱振幅を s と t の関数として表現 $A(s,t)$



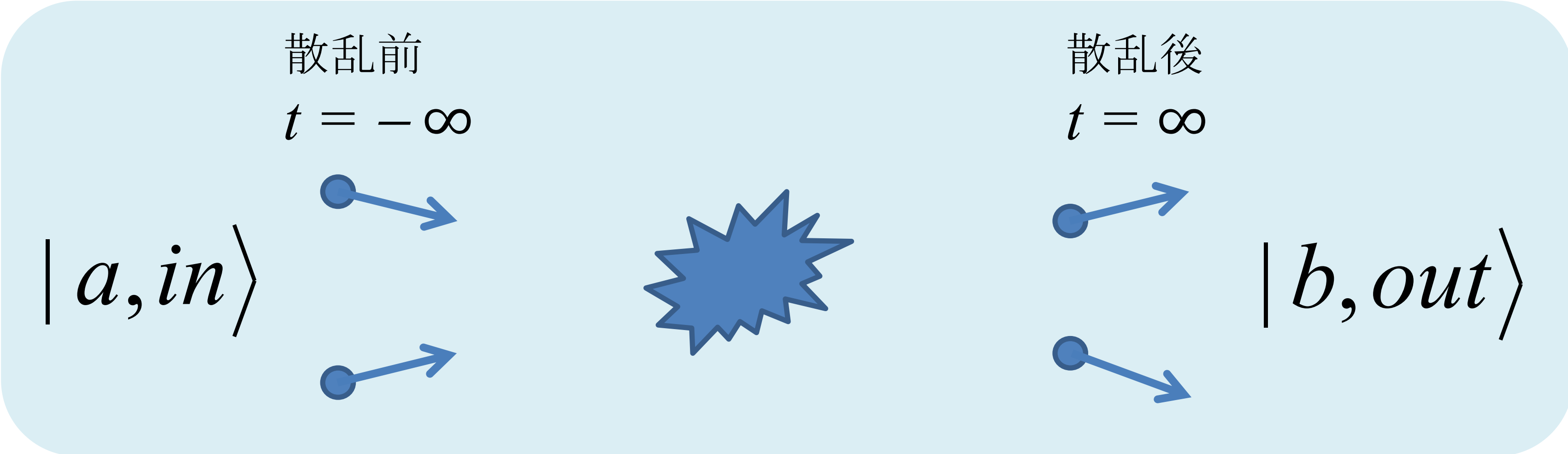
全部でn本の外線の時、独立な変数の数は 3n-10

4n成分のうち、各粒子のon-shell条件がn本、全体のエネルギー運動量保存が4本、回転不変性から6つ、の条件を引いて

→ 4n – (n + 4 + 6) = 3n-10

S matrix

散乱の情報を持つ基本的な物理量。断面積との関係がつく。



ここで、|a,in〉(|b,out〉)は $t \to -\infty$ ($t \to \infty$) での漸近状態であり、
それぞれ規格直交完全系をなす。Freeなハドロン(on-shell)で記述される
とする

S行列とは、次を成分として定義され、散乱過程の全ての情報を持つ物理量

$$S_{ba} \equiv \langle b, out \,|\, a, in \rangle$$

（注1）Outstate |b,out> を instate の基底で表現すると
$\langle b,out|a,in\rangle = \langle b,in|\, S \,|a,in\rangle$ なる演算子 S を定義できる。
（注２）添え字の付け方は逆の場合もある

S行列に対する３つの要請

(I) S行列はLorentz不変である

S行列はLorentz不変な変数(Mandelstam変数)の関数。
2体散乱なら $S(s, t)$

(II) S行列はユニタリーである　$S^+ S = S S^+ = 1$

(確率の保存: $a \rightarrow$ anything の確率は1)

散乱振幅に対するCutkosky則　→　光学定理（全断面積）

(III) S行列は複素化されたLorentz不変量の解析関数であり、ユニタリ性が許す特異点構造を持つ

S行列はsimple pole + cut の特異点構造を持つ

要請(II)の帰結: Cutkosky rule

散乱振幅 $A(s,t)$

$$S_{ba} \equiv \delta_{ba} + i(2\pi)^4 \delta\left(\sum_b^{\text{final}} p_b - \sum_a^{\text{initial}} p_a\right) A_{ba}$$

何も起こらない部分　　　相互作用による部分

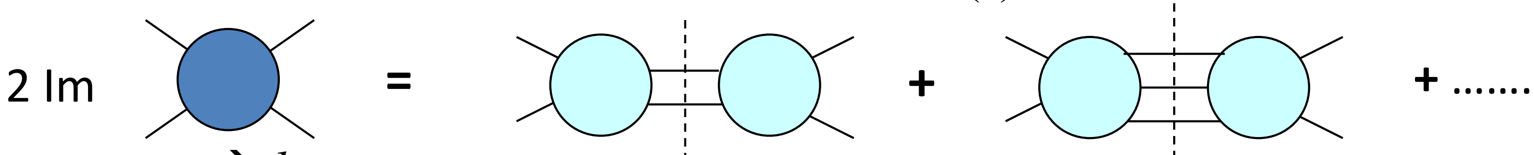
Cutkosky rule

($S^{+}S=1$を A について書き換える)

可能な中間状態についての和　　中間状態 c の粒子についての和

$$2\,\mathrm{Im}\,A_{ba} = (2\pi)^4 \sum_c \delta\left(\sum_c p_c - \sum_a p_a\right) A_{bc}{}^{+} A_{ca}$$

中間状態に可能な全ての状態 (c) について足しあげる



$a \to b$

中間状態にはon-shell条件を課す

光学定理 (optical theorem)

Cutkosky ruleで $a = b$ とする

$$2\,\mathrm{Im}\,A_{aa} = (2\pi)^4 \sum_c \delta\left(\sum_c p_c - \sum_a p_a\right) |A_{ca}|^2$$

状態 a から任意の状態へ行く確率 ← 全断面積

a=b 運動量移行無しのとき → $t = 0$ 前方散乱

$$\boxed{\sigma_{total} = \frac{1}{2|p_1|\sqrt{s}}\;\mathrm{Im}\,A(s, t=0)}$$

p_1はCOMでの
入射粒子の運動量

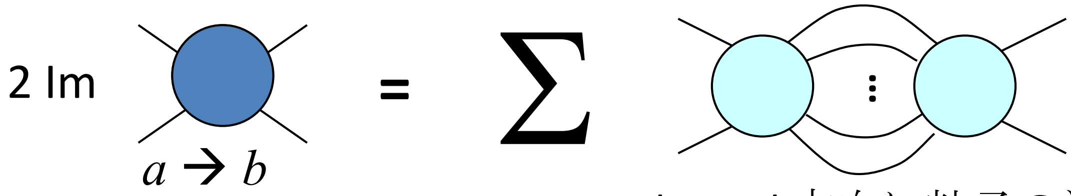
高エネルギー $s>>m^2$ のとき $p_1 \sim s^{1/2}$

$$\boxed{\sigma_{total} \sim \frac{1}{s}\;\mathrm{Im}\,A(s, t=0)}$$

高エネルギーでは全断面積は
散乱振幅のゼロ度の情報と関係し、
ソフトな物理量

要請(III)の帰結

Cutkosky則･･･中間状態に n 粒子の状態が効く　⇒　各寄与を評価してみる



全て同じ質量mとする

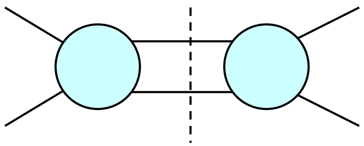
s-channel 方向に粒子の流れがある場合

<u>1粒子状態</u>

質量 $M<2m$ の束縛状態を仮定　→ simple pole

$$\frac{1}{s-M^2}, \quad s=(p_1+p_2)^2$$

<u>2粒子状態</u>



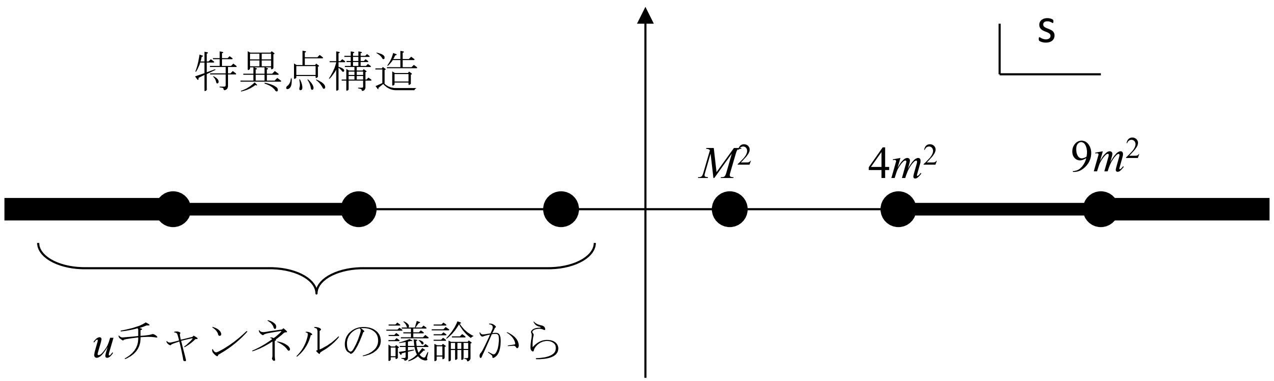
$$\mathrm{Im}\,A^{(2)}(s,t)\propto\sqrt{s-4m^2}$$

$s>(2m)^2$ で連続であり、$s=4m^2$ をbranch pointとしてCutが存在

<u>n粒子状態</u>

$s>(nm)^2$ で連続であり、$s=(nm)^2$ をbranch pointとしてCutが存在

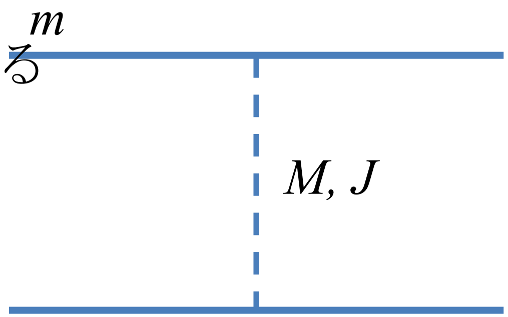
特異点構造



これが散乱振幅が持ち得る典型的な特異点構造

メソン交換の寄与

質量M、スピンJのメソンがt channel に交換されたとする



$$A_{meson}(s,t) \sim A_J(t) P_J(\cos\theta_t)$$

$$\cos\theta_t = 1 + \frac{2s}{t-4m^2}$$

直観的には、散乱振幅のうち角運動量Jの寄与はスピンJを持つ粒子の交換によって持ち込まれる

sが大きい時、Legendre 関数の漸近形を用いると

$$\boxed{A_{meson}(s,t) \sim s^J}$$

Spin Jをもつ粒子がt channel に交換されたときの振幅の形

また、t-channel でのプロパゲータの形を持つはずなので、部分波振幅は

$$\boxed{A_J(t) \sim \frac{1}{t-M^2}}$$

複素角運動量

- <u>部分波展開</u>

非相対論的量子力学での散乱振幅 $f(\theta)$ は角運動量の固有状態で展開

$$f(\theta) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) f_l(k) P_l(\cos\theta)$$

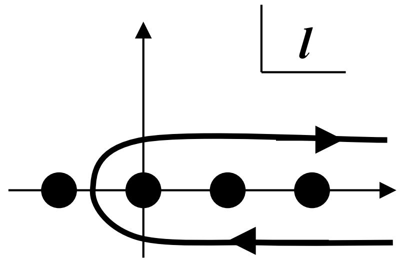
部分波振幅　Legendre関数　(k は入射粒子の波数)

同様にして（t channel を主として見る。s を t と散乱角 θ の関数とする）

$$A(s(z_t),t) = \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) a_l(t) P_l(z_t), \quad z_t = \cos\theta_t = 1 + \frac{2s}{t}$$

- <u>角運動量の複素化</u> (Sommerfeld-Watson変換)

$$A(s,t) = -\frac{1}{2i} \oint_C dl (2l+1) \frac{a(l,t)}{\sin \pi l} (-1)^l P_l(z_t)$$



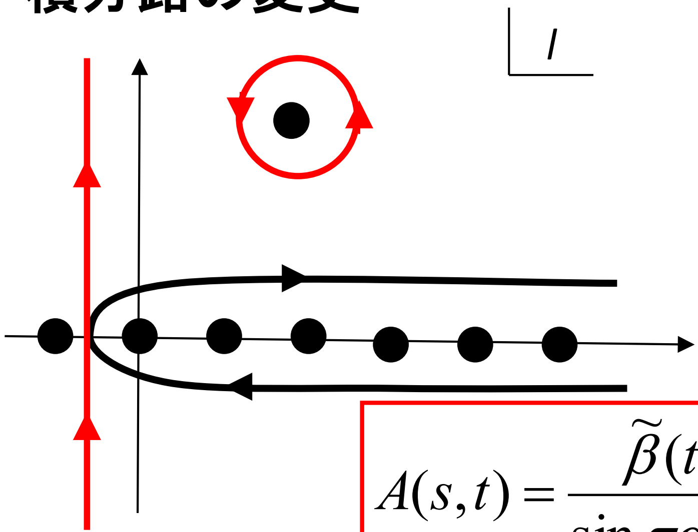
実は$a(l,t)$は一意に決定できないが、角運動量の偶奇を分ければ、一意に解析接続可能
→ "signature" η = +,– の導入

$$A(s,t) = -\frac{1}{2i} \oint_C dl \frac{2l+1}{\sin \pi l} \left[a^{(+)}(l,t) - a^{(-)}(l,t) \right] P_l(z_t)$$

角運動量が偶(+)／奇(–)から作られる解析関数

Regge極

積分路の変更



部分波振幅が Re *l* > 0 に一つpoleを持つとした

$$a(l,t) \sim \frac{\beta(t)}{l-\alpha(t)}$$ **“Regge 極”**

一般に t 依存性を持つ
簡単のためにsignatureは無視

$$\boxed{A(s,t) = \frac{\tilde{\beta}(t)}{\sin \pi\alpha(t)} P_\alpha(z_t) - \frac{1}{2i}\int_{-1/2-i\infty}^{-1/2+i\infty} dl\, \frac{2l+1}{\sin \pi l} a(l,t) P_l(z_t)}$$

Regge 極は散乱振幅の高エネルギーでの振る舞いを支配する

s 依存性は $P_\alpha(z_t)$ の　$z_t=1+2s/t$ を通じて入るのみ
Regge limit s/|t| → ∞ では、線積分の寄与は $1/s^{1/2}$ と振る舞うので無視できる

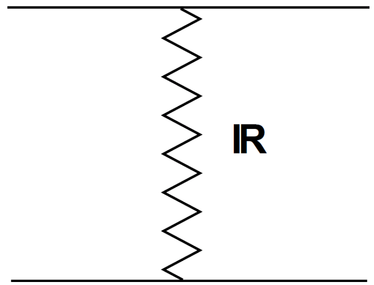
$$P_\alpha(1+2s/t) \sim \left(\frac{s}{|t|}\right)^\alpha, \quad s/|t| \to \infty$$

いくつか存在しうるRegge pole のうち、最も大きな Re α の寄与のみを拾うと

$$A(s,t) \to \beta(t)\, s^{\alpha(t)}, \quad s/|t| \to \infty$$ **“Reggeon”**

これは、t-channel に交換される spin α の粒子のように見なせる

Regge軌跡



t channel に交換されるReggeonが実際に物理的粒子であるなら
それを

スピン　*J*　質量　*M*

とすれば、「角運動量」 $\alpha(t)$ に対して、次が成り立つはず。

$$\alpha(t = M^2) = J$$

複素角運動量空間でのpole が複素 *t* 空間での
poleに対応すると考えると

$$\alpha(t) = \alpha(0) + \alpha' t$$

つまり、角運動量 J と質量 M とが、関係づく

$$\boxed{\alpha(M^2) = \alpha(0) + \alpha' M^2 = J}$$

“Regge trajectory”

$\alpha(0) = 0.55 \quad < 1$　← 切片(intercept)

$\alpha' = 0.86\ \mathrm{GeV}^{-2}$　← 傾き(slope)

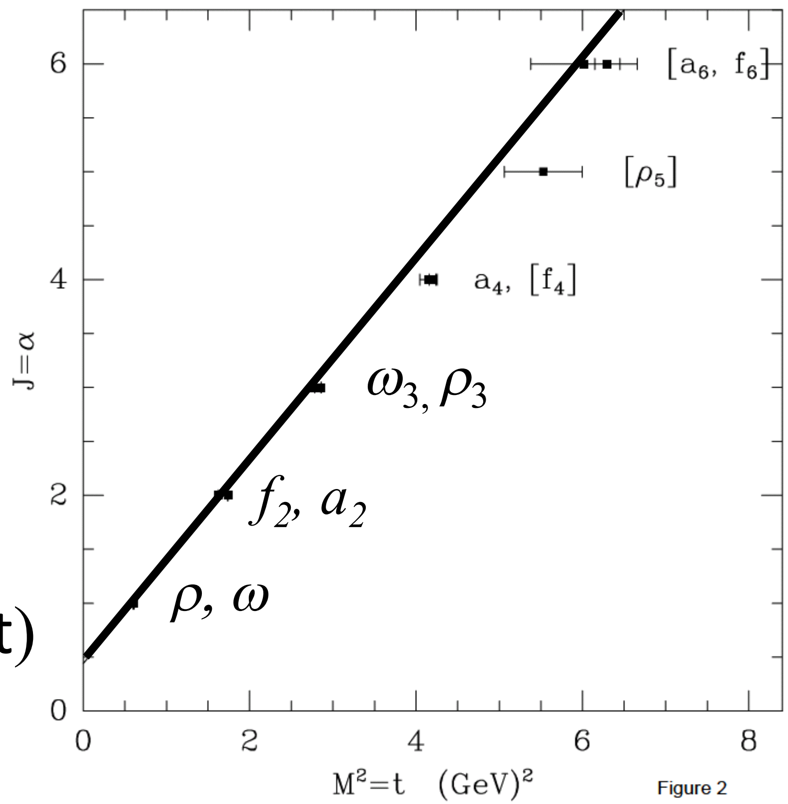


Figure 2

Pomeron

全断面積

$$\sigma_{tot} \sim \frac{1}{s} \mathrm{Im}\, A(s, t=0) \sim s^{\alpha(0)-1}$$

Reggeonのように intercept が 1 より小さければ、全断面積は $s \rightarrow \infty$ で減少

Pomeranchukの定理 (1956)

ある同じtargetに対して、projectileが「粒子」である場合とその「反粒子」である

場合の全断面積は散乱エネルギーが大きい極限で一致する。

Foldy-Peierls (1963)

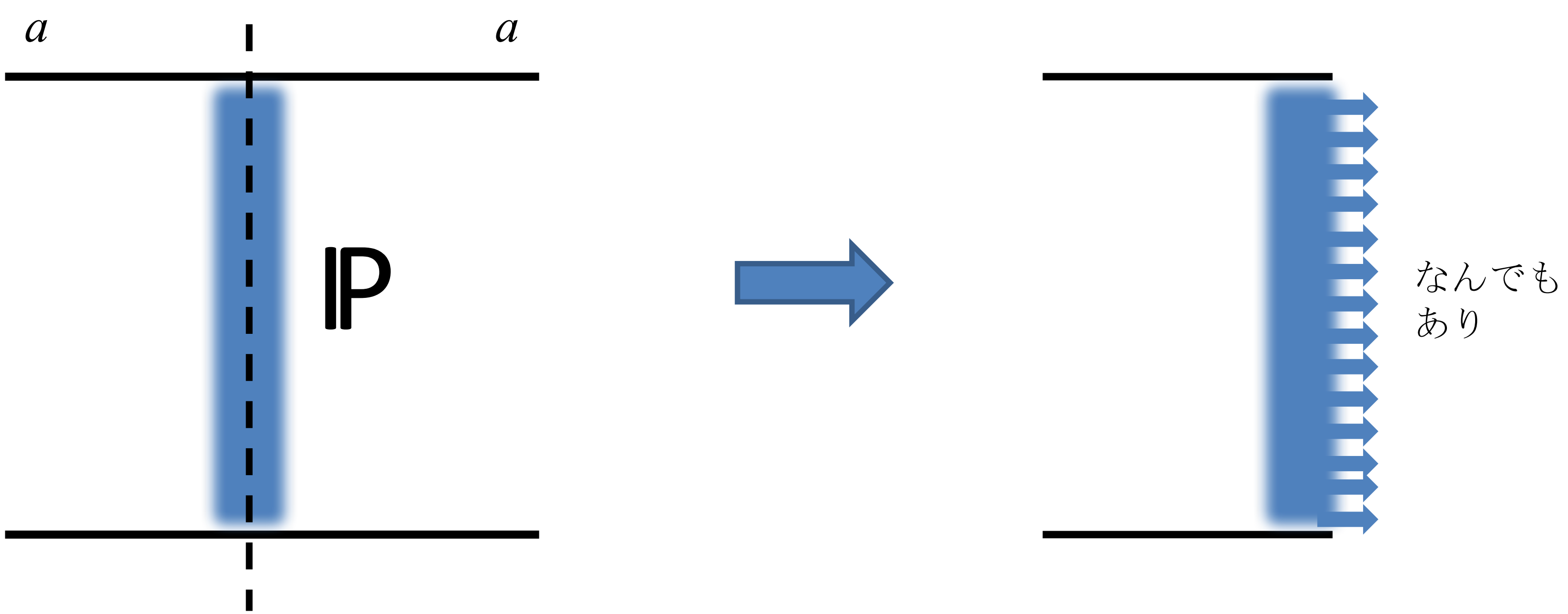
$s \rightarrow \infty$ で断面積が減少しなければ、その散乱過程は「真空と同じ量子数」（isospin 0, charge conjugation even）の交換によって与えられる。

実験では、ハドロン・ハドロン散乱の全断面積の**増加**が観測されている。

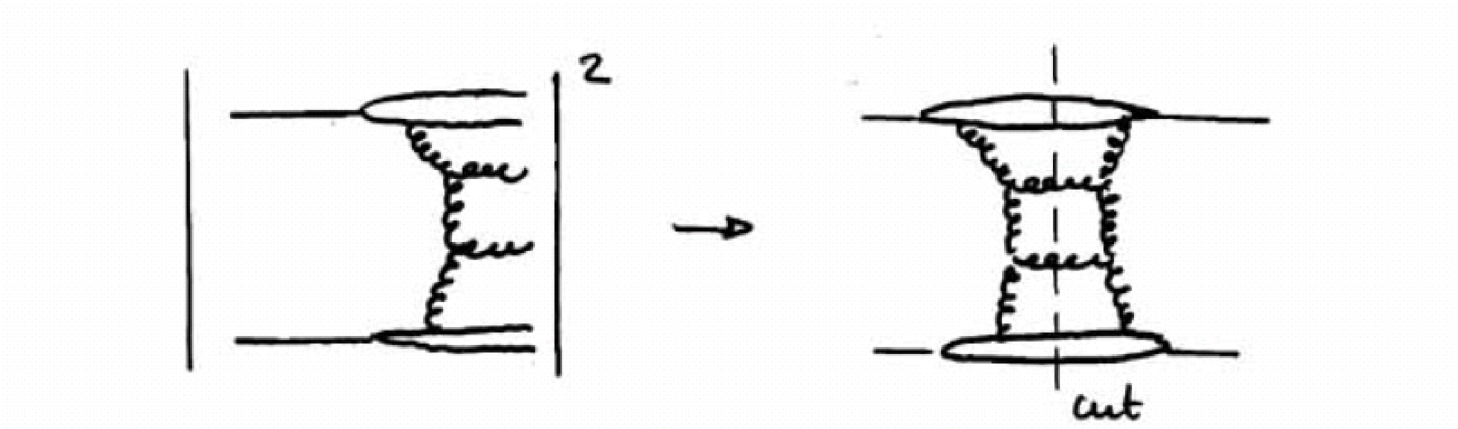
→ Reggeon ($\alpha(0) < 1$) とは異なるtrajectoryが存在する！

これを、**Pomeron** と呼ぶ。 ($\alpha(0) > 1$)

Pomeron交換と全断面積

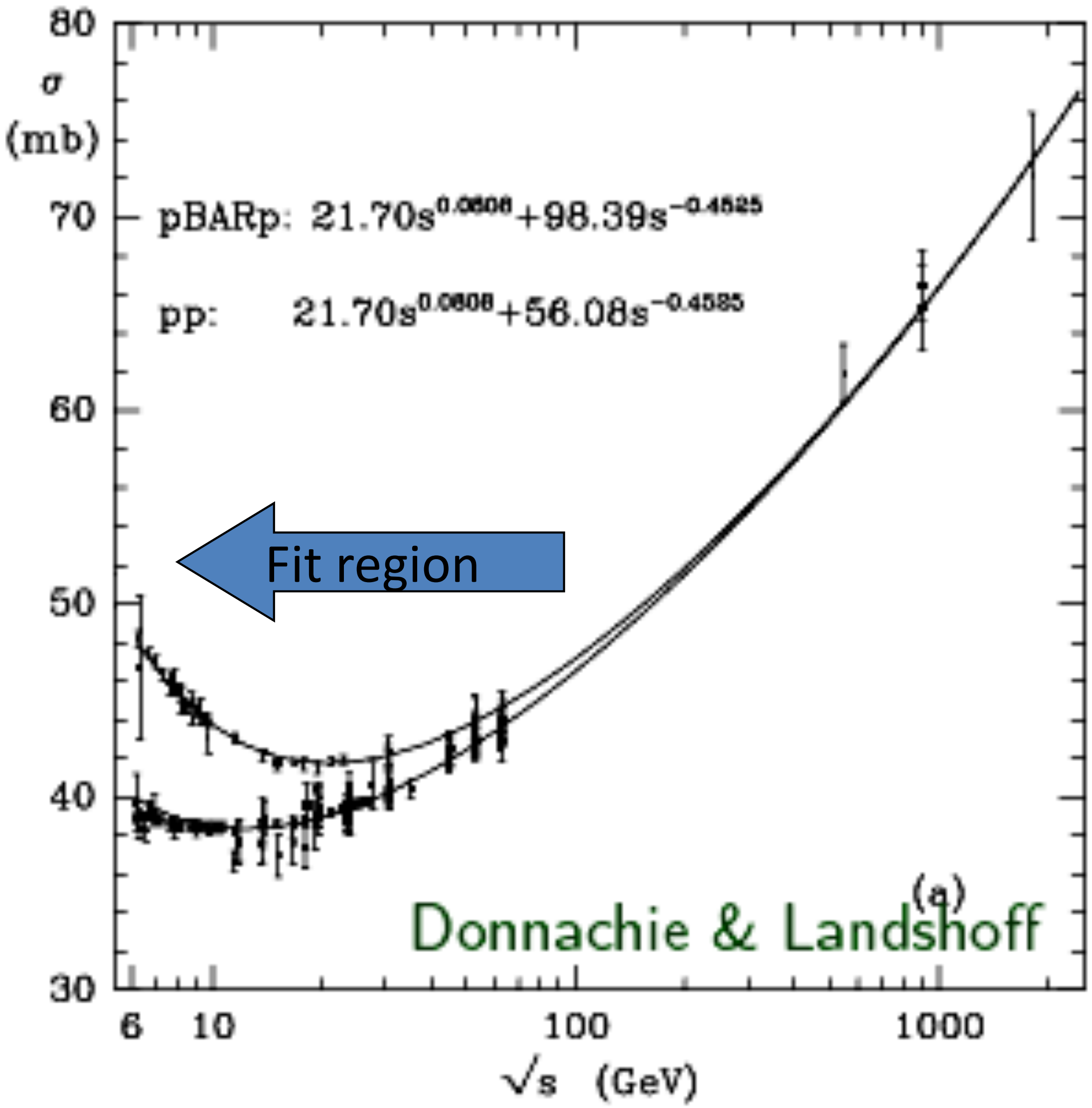


BFKL Pomeron（Reggeized two gluon exchange）なら、多重グルオン生成と関係



Pomeron vs exp. data (standard picture)

陽子・陽子、陽子・反陽子散乱



Donnachie-Landshoff, 1992

Pomeron + Reggeon で表現可

$\alpha_P(0)=1.08 > 1$, $\alpha_R(0)=0.55 < 1$

ポメロン項が主要項で、pp, ppbarで同じ依存性

Reggeonの$\alpha_R(0)=0.55$は Regge 軌跡からの値と一致

π^+p, π^-p, γ p散乱も同様に記述可

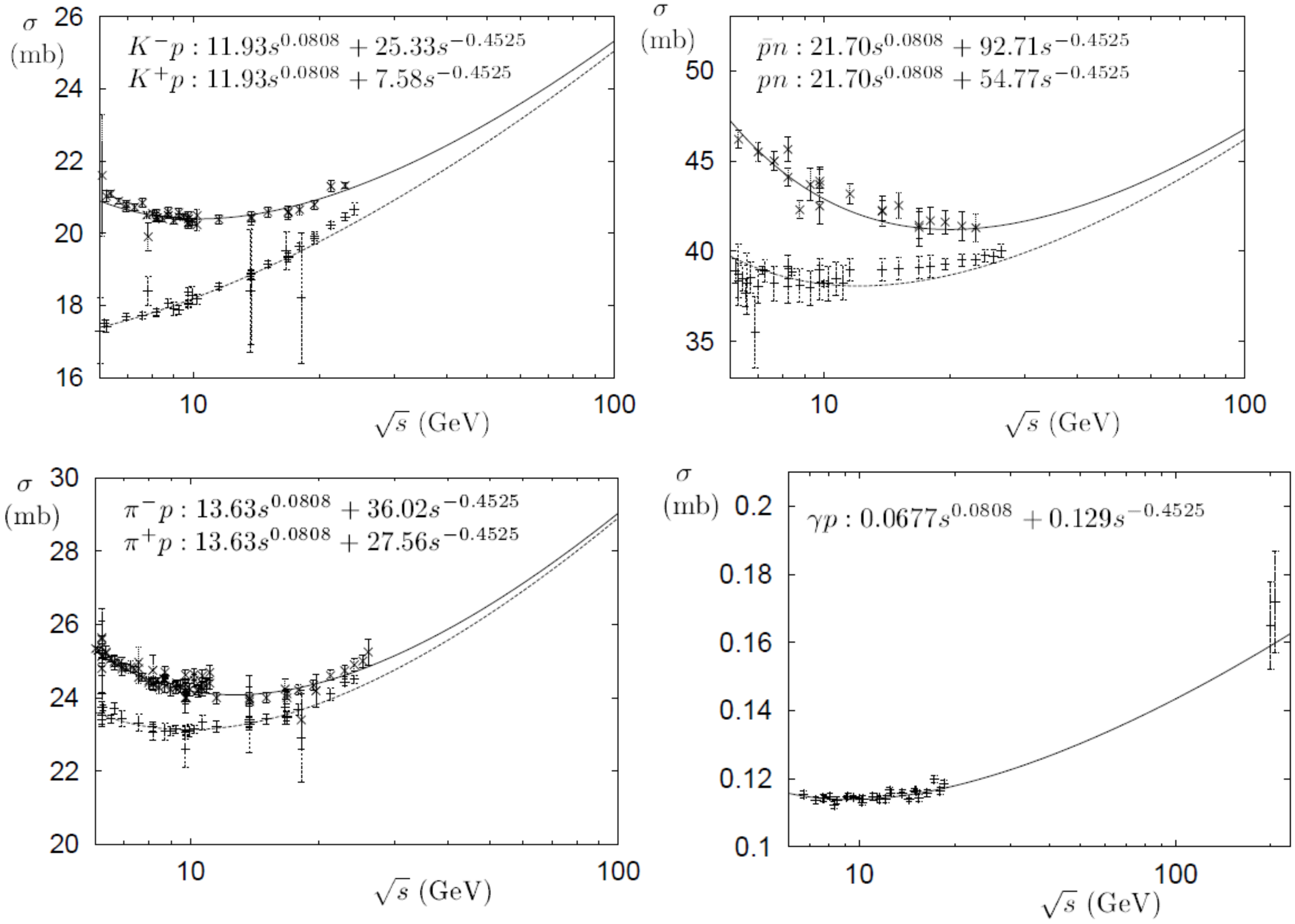
$\alpha_P(0)=1.08$ をもつexchangeを"soft Pomeron"と呼ぶ

pp, ppbarの弾性微分断面積から

$\alpha'_P = 0.25$ GeV^{-2}

普遍的な描像なのか?

真空と同じ量子数を持つPomeron が本当に効いているのなら、
他のハドロン同士の散乱の全断面積も同様に振る舞うはず。



Pomeronの正体?

実験は「真空と同じ量子数」(電荷0、アイソスピン0)を持つ、
何らかの粒子的なものが交換されている描像が良いことを示唆

Pomeron trajectory

$$\alpha_P(t) = \alpha_P(0) + \alpha_P{}' t = 1.08 + 0.25t$$

もし実際に粒子的なものなら (Reggeonの時と同様にして)

$$\alpha_P(t = M^2) = J \quad \Rightarrow \quad M = \sqrt{\frac{J - 1.08}{0.25}} = 1.9\ \mathrm{GeV}\ (J = 2)$$

Spin 2 , M=1.9GeV の粒子 ・・・・ f_2(1950) , J^{PC}=2^{++} ??
それとも、未知の
glueball?

実在する粒子として見なせるかは未解決

1 Pomeron交換を超えて

Froissart上限

1 Pomeron exchangeによる全断面積の増加は早すぎる。いずれ散乱振幅のユニタリ性を破る。

実は、部分波のユニタリ性から、全断面積に対して次の「上限」が導ける

$$\boxed{\sigma_{tot}(s) < \frac{\pi}{m_\pi^2} \ln^2 \frac{s}{s_0}}$$

Froissart 1961, Martin 1966

(s_0は次元を合わせるために導入したパラメータ)

1 Pomeron交換の描像は何らかの効果によって、変更を受ける。

→ 実際、多重Pomeron交換はFroissart上限と同じ s 依存性を与える（この効果はまとめてFroissaronと呼ばれることも）

（注意１）　s_0 が未定なので、直接実験と比較することは厳密にはできない。
もし、典型的なハドロンスケールを選んで、$s_0 \sim 1\mathrm{GeV}^2$ とするなら、非常に大きな値になる。

$$\frac{\pi}{m_\pi^2} \ln^2 \frac{s}{s_0} = \begin{cases} 10\ \text{barn} \quad \text{at} \quad \sqrt{s} = 1.8\ \text{TeV (Tevatron)} \\ 25\ \text{barn} \quad \text{at} \quad \sqrt{s} = 14\ \text{TeV} \quad \text{(LHC)} \end{cases}$$

（注意２）　係数は本当か?　カイラル極限では上限が無くなるのか?

Froissart上限の直観的説明

Heisenberg (1952) 高エネルギー核子・核子散乱を核子を取り巻くメソン場のshock waveの衝突として記述した（！）

反応は、重なり合った領域のエネルギー密度がパイ中間子対を生成するのに十分大きいときにのみ起こるとする。

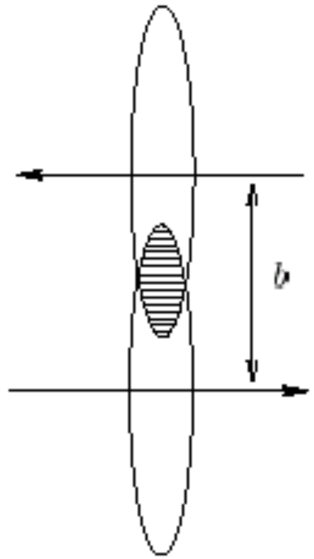
$$\kappa\, e^{-m_\pi b}\sqrt{s} \geq k_0$$

: Threshold energy (パイ中間子対の平均エネルギー)

Pion cloudの分布　Total energy

反応の起こる最大の衝突径数 $b_{\max}$

$$b_{\max} = \frac{1}{m_\pi}\ln\frac{\kappa\sqrt{s}}{k_0}$$



素朴に幾何学的断面積を評価（何らかの飽和を想定）

$$\sigma \sim \pi\, b_{\max}^2 = \frac{\pi}{m_\pi^2}\ln^2\frac{\kappa\sqrt{s}}{k_0} \propto \ln^2 s \quad (s\to\infty)$$

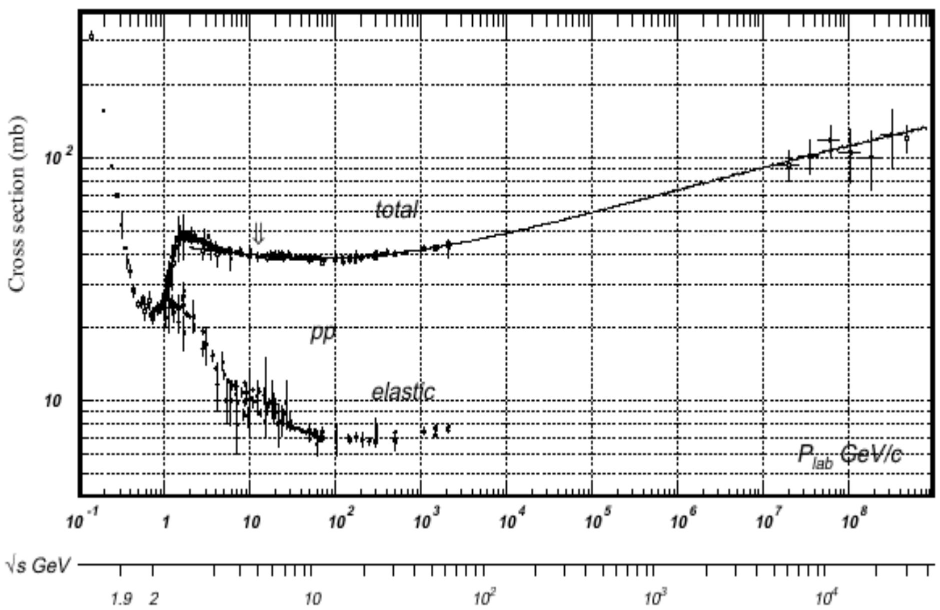
実験データ再び

COMPETE Collab.

$\ln s$, $\ln^2 s$ (Froissart上限), s^λ (λ=0.08) (Pomeron) を比較

best fit は $\ln^2 s$　（最近のPDG が採用）　4GeVからのデータを使うと有利に

$$\sigma^{ab} = Z^{ab} + \underline{B \log^2(s/s_0)} + Y_1^{ab}(s_1/s)^{\eta_1} - Y_2^{ab}(s_1/s)^{\eta_2}$$



Bはプロセスに依らない

$\chi^2/dof = 0.971$,　$\underline{B = 0.308(10)\ \mathrm{mb}}$,

$\eta_1 = 0.458(17)$,　$\eta_2 = 0.545(7)$

$\delta = 0.00308(2)$,　$\sqrt{s_0} = 5.38(50)$ GeV

η_1は、Reggeonの値

但し、係数BはFroissart上限のものより、遥かに小さい　$\pi/m_\pi{}^2 = 62$ mb

従って、この log² behavior を「ユニタリ性の現れ」と見なすのは微妙…

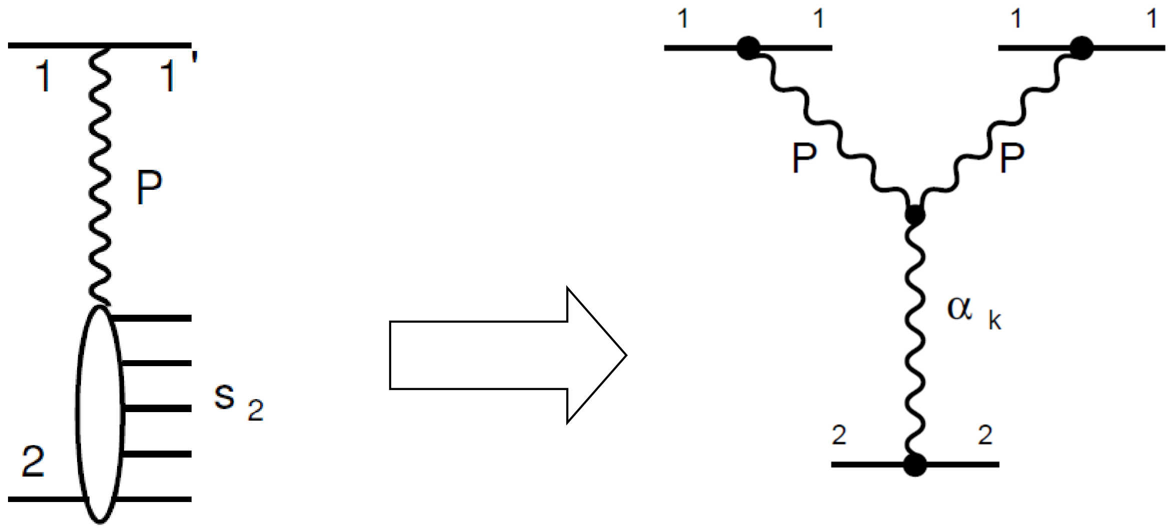
なお、CGCは dipole-proton の全断面積に対してCOMPETEに近い値を与える

LO BFKL　B = 2.09 ~ 8.68 mb (α_S=0.1 ~ 0.2)

rNLO BFKL　B = 0.446 mb (α_S=0.1)

Pomeron相互作用

- Single diffractive event



実験データからtriple Reggeon vertexが決定できる

→　より高エネルギーでは、多重Pomeronの交換やPomeron同士の相互作用
　などが効いてきて、単純な1Pomeron交換の描像を書き換える
（Reggeon Field Theoryという「有効模型」）

まとめに代えて　「ポメロンとは？」

ハドロン・ハドロン散乱のエネルギー増加に伴う全断面積の増大を記述する役割を与えられた、粒子のようなもの。

ハドロン・ハドロン散乱の全断面積は、散乱エネルギーの増加に伴ってゆるやかに増大する。

相対論的なS行列の理論であるレッジェ理論では、複素化した角運動量の1位の極が散乱振幅の高エネルギーの振る舞いを決定する。

特に、真空と同じ量子数を持つ仮想的な粒子を交換するものが全断面積の増大を記述し、ポメロンと呼ばれる。ポメロンは、実在する粒子との対応は不明ではあるものの、現象論的に有効な描像として今も使われている。

なお、実験データを詳細に検討すると、多重ポメロン交換の効果などがすでに見えている可能性が指摘されている。

触れられなかった話題

- 深非弾性散乱でのポメロン
　　（ソフトポメロンからハードポメロン(BFKL Pomeron)への移行
　さらにその非線形版であるColor Glass Condensate）

- Reggeon field theoryと反応拡散系との関係(Directed Percolation)

- Single, double diffractive scattering やイベントの分類

- イベントジェネレータにおいてポメロンがどのように扱われているか（宇宙線の空気シャワーにおける相互作用模型、素粒子反応のイベントジェネレータ）