

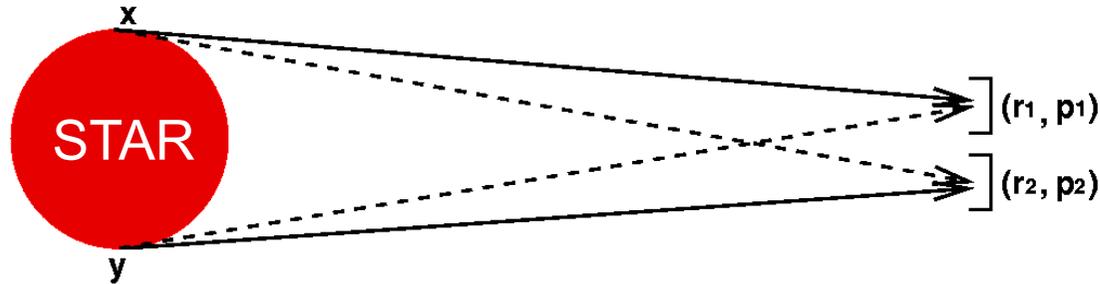
# *HBT-GGLP* 相關の鑑賞法

大阪大学大学院理学研究科物理学専攻

浅川 正之

# HBT 相関

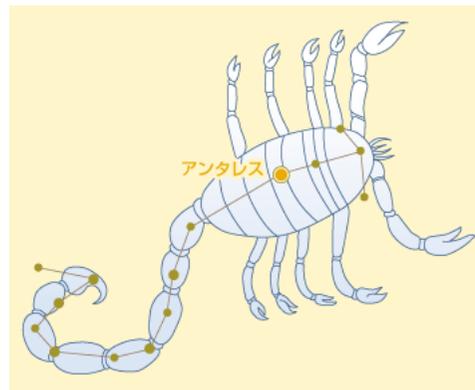
- Two particle correlation (Hanbury Brown Twiss = HBT Effect)



もともとは、星の大きさを測定するために提案された

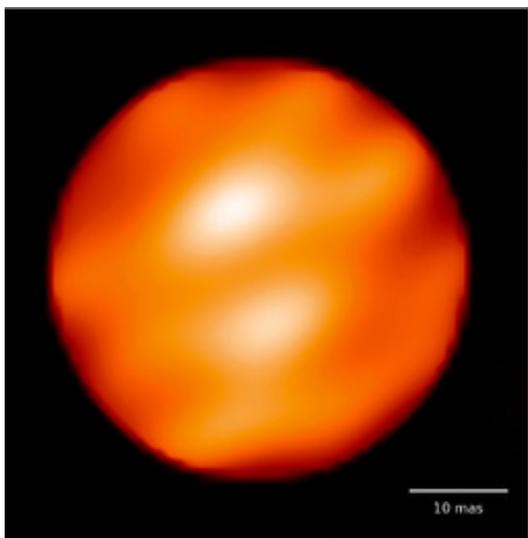
アンタレスはかつて直径が太陽の230倍とされ、「理科年表」も長らくこの値を採用していたが、実際はもっと大きな星で、直径は太陽の600倍ないし800倍である（理科年表2009年版では太陽の720倍に変更されている）。以前は明るさと表面温度から大きさを推定していたが、現在は干渉計によって実測しており、過去と現在の直径の違いはこれを反映している。

Wikipediaより



# もっとも最近では星は直接見える(らしい)

最近のベテルギウス

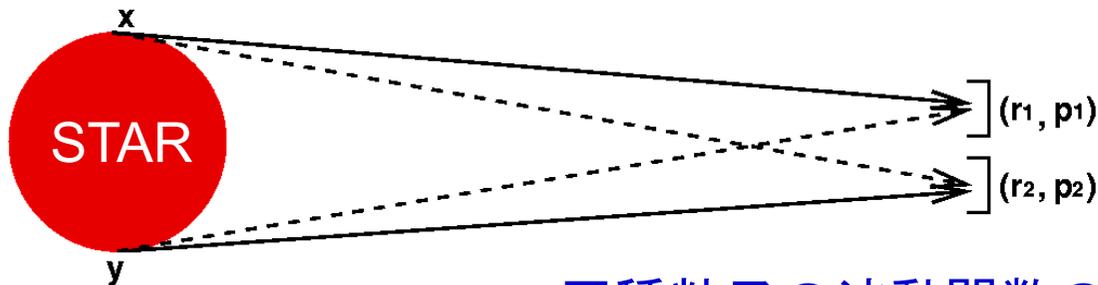


星の表面が不安定になっているらしい



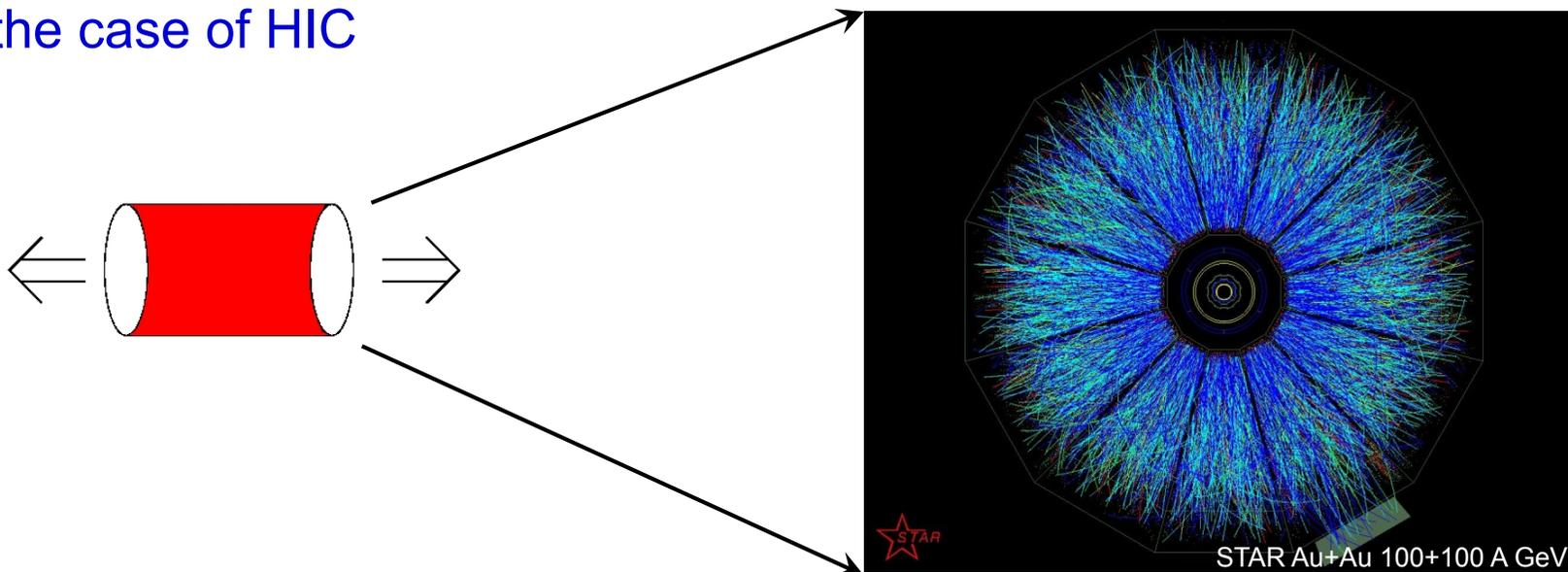
# 指導原理

- Two particle correlation (Hanbury Brown Twiss = HBT Effect)



同種粒子の波動関数の(反)対称性

- In the case of HIC

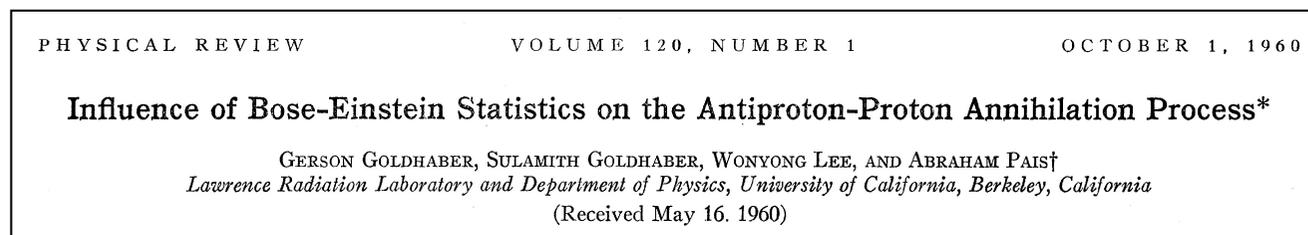


見込み角が小さい(星の場合と同じ) + 継続時間が短い

# What does *GGLP* stand for?

- 素粒子原子核の分野で初めて同種粒子相関が使われた例

Goldhaber-Goldhaber-Lee-Pais, Phys. Rev. 120 (1960) 300



BerkeleyのBevatronでの、 $\bar{p}p \rightarrow \pi\pi\pi\dots$ 反応の角度分布の解析を行った

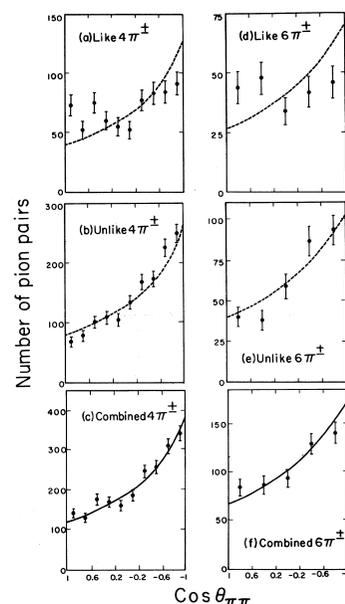


FIG. 1. Distribution of angles between pion pairs as a function of  $\cos\theta_{\pi\pi}$ . The curves correspond to calculations on the Lorentz-invariant phase-space (LIPS) model. The deviations of the experimental distribution from the LIPS model are discussed in the text.

Goldhaber et al., Phys. Rev. Lett. 3 (1959) 181

# GGLP論文

その当時の関心:素粒子の多重発生模型(フェルミの火の玉模型など)  
粒子の発生源の大きさが知りたい

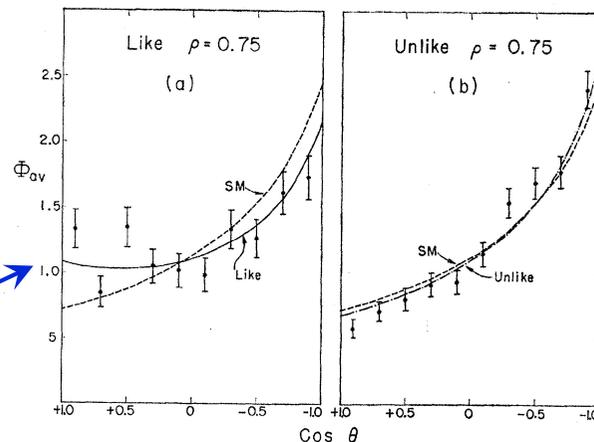


FIG. 6. The functions  $\Phi_{av}(\cos\theta)$  computed at  $\rho=0.75$  are compared with the experimental distribution of angles between pion pairs. Figures 6(a) and 6(b) give the distributions for like and unlike pions respectively. Also shown in each is the curve for  $\Phi_{av}^{SM}(\cos\theta)$ , the statistical distribution, without the effect of correlation functions. Here  $\Phi_{av}$  represents an average of  $\Phi_4$ ,  $\Phi_6$ , and  $\Phi_8$ , weighted according to the individual charge channels. The experimental data comes from reference 1 (see also Table I, footnote a).

$\rho: \frac{1}{m_\pi}$  を単位に測った半径

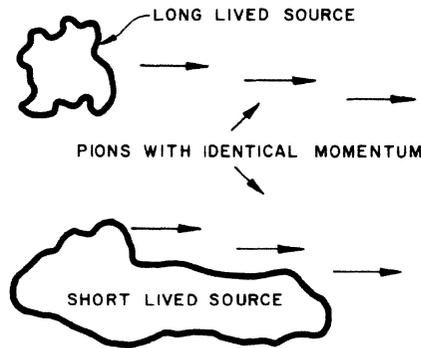
対称化を考慮したほうが実験(特に $\theta=0$ 近傍)をよく説明

$\rho \sim 0.75$  つまり粒子の生成領域の半径  $\sim 1\text{fm}$

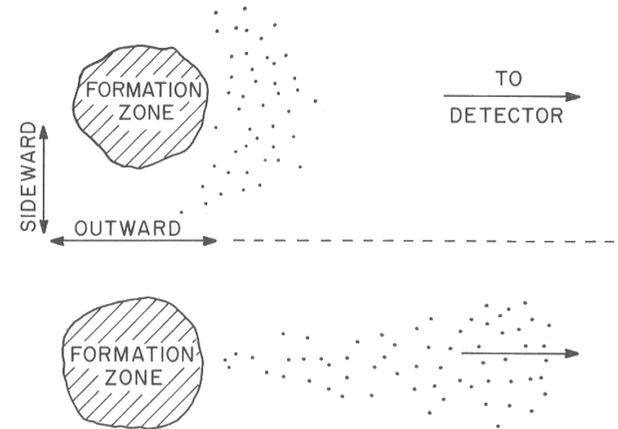
# 高エネルギーHICにおけるHBT-GGLP

- ・ 反応領域の大きさもさることながら、QGPのsignatureとして

Pratt, Bertsch



Pratt PRD 33 (1986)



Bertsch NPA 498 (1989)

If QGP is produced, longer life time  
(note: large  $s$  difference and small  $c_s$  near  $T_c$ )

However,  
Long Life Time = Long Emission Time ?

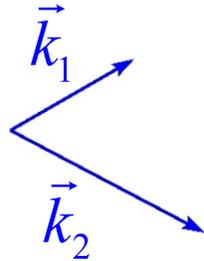
Hadronizationの機構の描像とも関連

Bulk hadronization? or Surface hadronization?

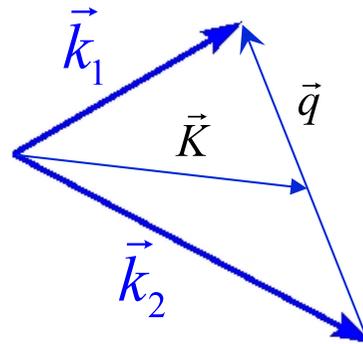
# 運動量空間における相関の観測

- Two Particle Correlation  $C_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2)$

$$C_2(\vec{k}_1, \vec{k}_2) \equiv \frac{dN}{d^3k_1 d^3k_2} / \frac{dN}{d^3k_1} \frac{dN}{d^3k_2}$$



$q = k_1 - k_2$ ,  $K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$  の関数としてしばしば表示される



# Wigner関数と相関

- $C_2(\vec{q}, \vec{K})$  とsourceの粒子分布の関係 ← several derivations

仮定: それぞれのsourceは位相的に無相関 (chaotic source)

$$E_p \frac{dN}{d^3 p} = \int S(x, p) d^4 x, \quad C_2(\vec{q}, \vec{K}) \sim 1 \pm \frac{\left| \int S(x, K) \exp(iq \cdot x) d^4 x \right|^2}{\left| \int S(x, K) d^4 x \right|^2}$$

- 分子の  $S(x, K)$  が問題

$$K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2) \quad \text{は一般に on-shell ではない}$$

On-shell ではないWigner関数？

$$S(x, K^0, \vec{K}) \quad (K^0 = \sqrt{m^2 + \vec{K}^2}) \quad \text{で近似}$$

# qとKの関係

$$q = k_1 - k_2, \quad K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

観測される粒子のエネルギーと運動量はon-shell

$$k_{1,2}^0 = E_{1,2} = \sqrt{m^2 + \vec{p}_{1,2}^2}$$

→ これより、qとKの間にはある関係(拘束条件)があることがわかる

$$q \cdot K = 0 \quad (\text{4次元の内積})$$

$$E_p \frac{dN}{d^3 p} = \int S(x, p) d^4 x, \quad C_2(\vec{q}, \vec{K}) \sim 1 \pm \frac{\left| \int S(x, K) \exp(iq \cdot x) d^4 x \right|^2}{\left| \int S(x, K) d^4 x \right|^2}$$

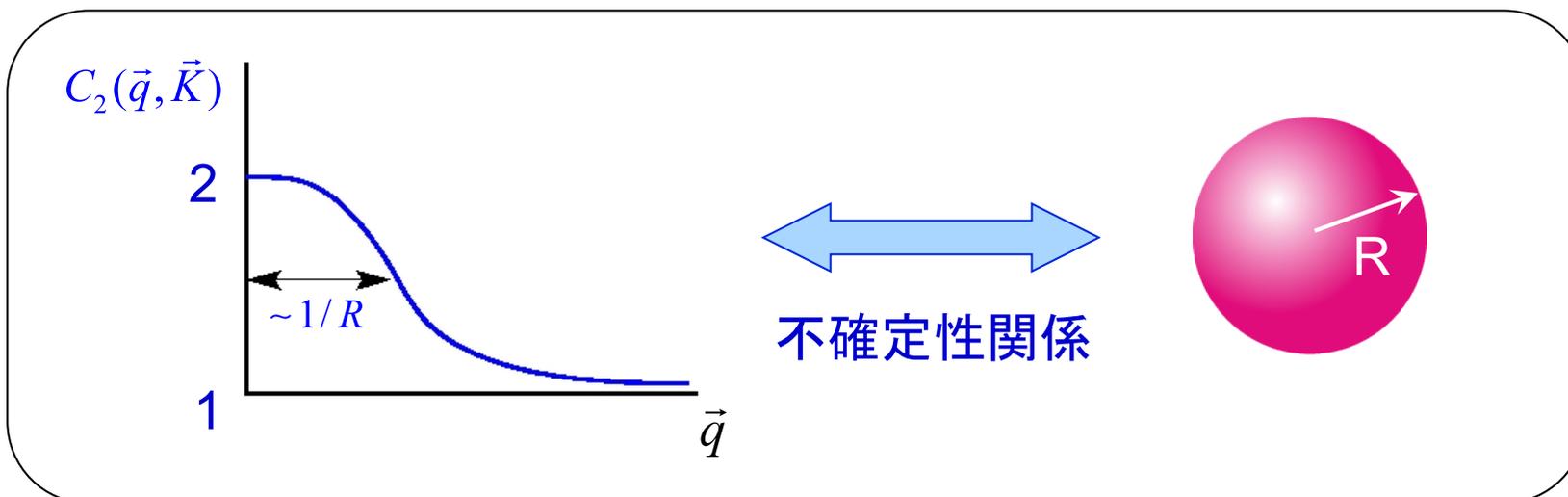
このフーリエ変換の逆は直接はできない！

Imaging法？(榎園さん)

# 相関は何を表すか？

$$C_2(\vec{q}, \vec{K}) \equiv \frac{dN}{d^3k_1 d^3k_2} / \frac{dN}{d^3k_1} \frac{dN}{d^3k_2} \sim 1 \pm \frac{\left| \int S(x, K) \exp(iq \cdot x) d^4x \right|^2}{\left| \int S(x, K) d^4x \right|^2}$$

直感的には

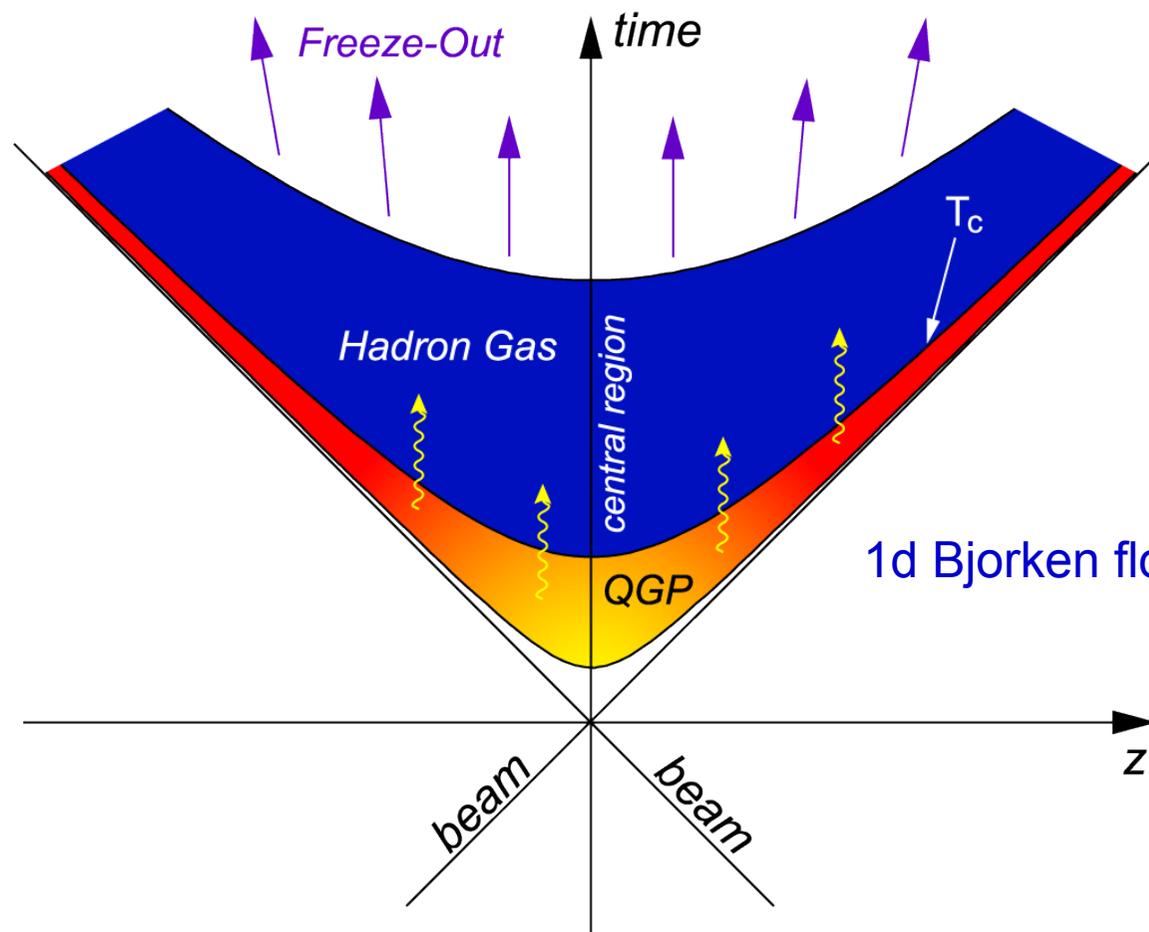


# もう少し正確には

## Size of Correlated Region in Coordinate Space

例えば: 1dimのBjorken flowをしている系の長さは有限にしか見えない

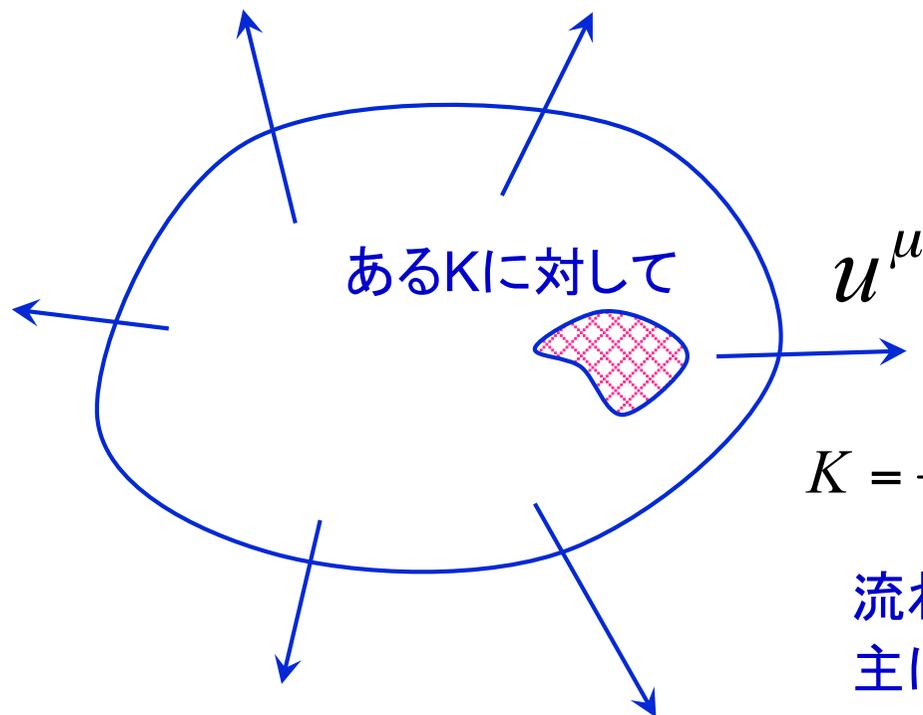
Hama and Padula 1988



1d Bjorken flow系の「長さ」は無限

# 相関している部分の長さとは？

$C_2(\vec{q}, \vec{K})$  を見ていることに注意  $C_2(\vec{q})$  ではない



$$K = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$$

流れがあると、Kを指定することで、主に寄与する領域が制限される

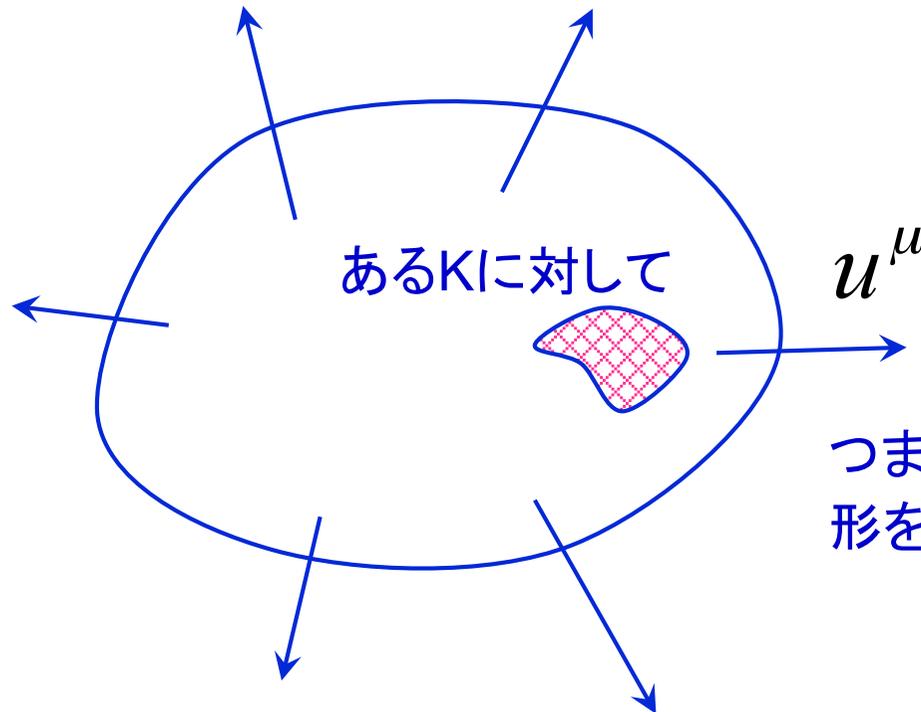
$$E_p \frac{dN}{d^3 p} = \int S(x, p) d^4 x$$

の $S(x, K)$ の分布で重みをつけた  
sourceの広さを見ていると言ってもよい

# ガウス近似

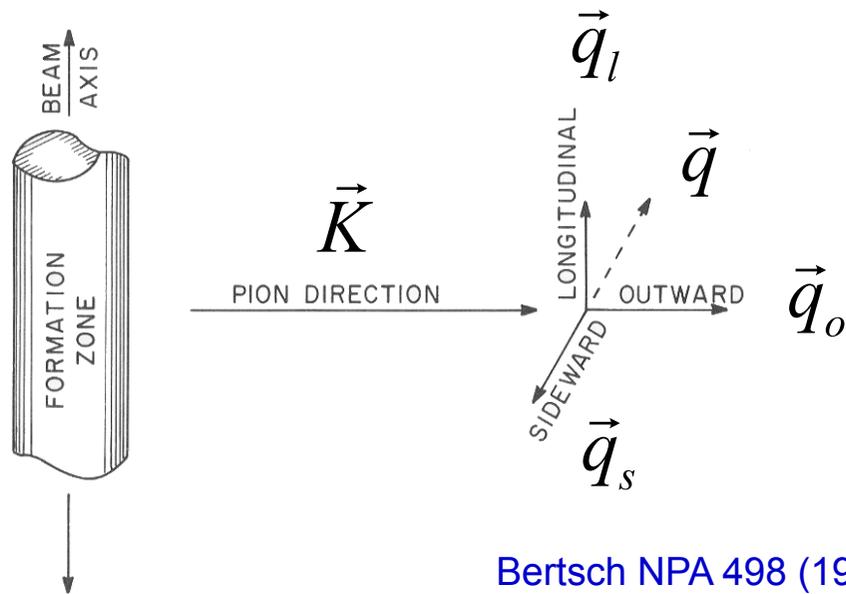
Sourceに対するガウス近似:

$$S(x, K) \sim N(K) S(\bar{x}(K), K) \exp \left[ -\frac{1}{2} \tilde{x}^\mu(K) B_{\mu\nu}(K) \tilde{x}^\nu(K) \right]$$
$$\tilde{x}^\mu(K) = x^\mu - \bar{x}^\mu(K), \quad \bar{x}^\mu(K) = \langle x^\mu \rangle(K)$$



つまり、それぞれのKに対してこの領域の形をガウス近似することに相当

# よく行われる軸の取り方

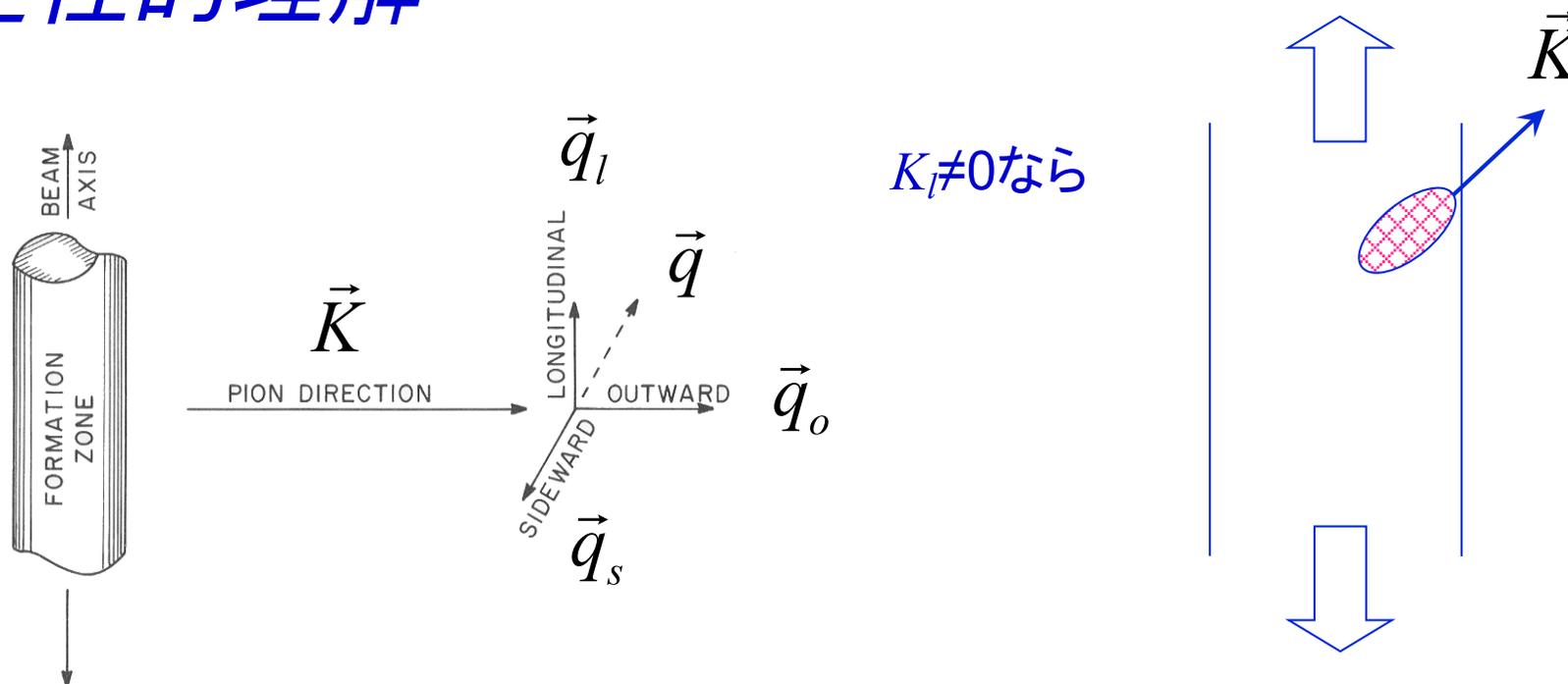


## ■ 中心衝突(軸対称)を仮定

$$C_2(\vec{q}, \vec{K}) = 1 \pm \exp(-R_s^2(\vec{K})q_s^2 - R_o^2(\vec{K})q_o^2 - R_l^2(\vec{K})q_l^2 - 2R_{ol}^2(\vec{K})q_oq_l)$$

$R_{ol}$ という非対角項が出現

# 定性的理解

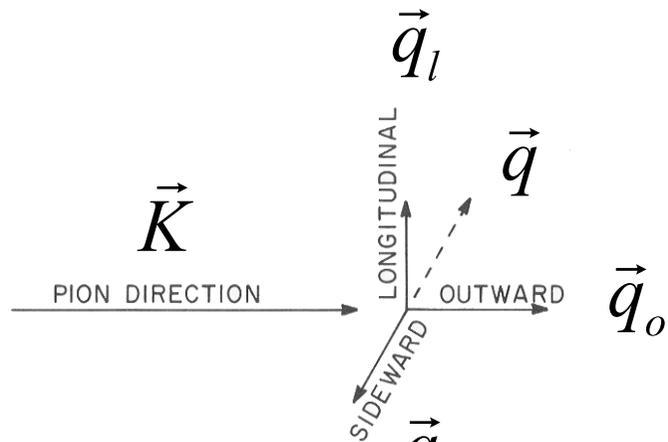
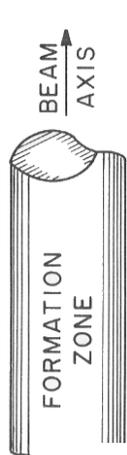


この領域を2次形式で近似しようとする、  
oとlに関して非対角成分が出現

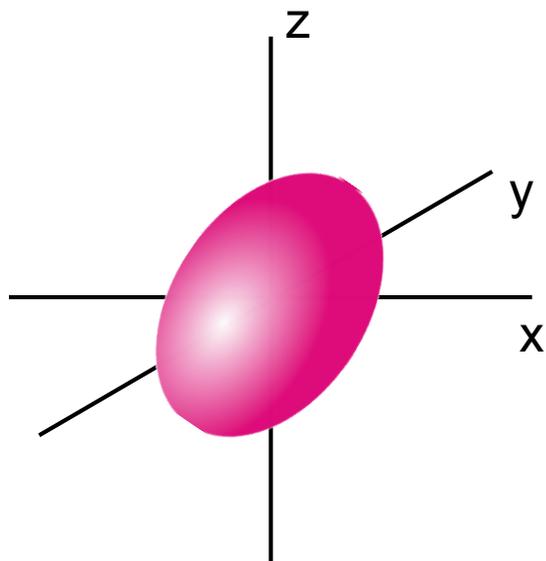
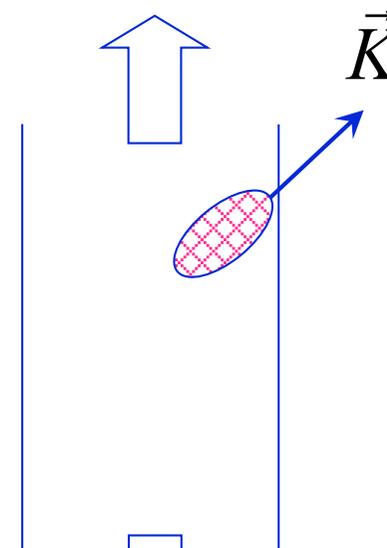
sに関しては、対称性により非対角項はない

剛体の慣性主軸が座標軸に一致していないと  
慣性テンソルが対角にならないのと同様

# 定性的理解



$K_i \neq 0$ なら



$$I_{ij} = \begin{pmatrix} \sum m(y^2 + z^2) & -\sum mxy & -\sum mxz \\ -\sum myx & \sum m(x^2 + z^2) & -\sum myz \\ -\sum mzx & -\sum mzy & \sum m(x^2 + y^2) \end{pmatrix}$$

# 時間的に広がりがある場合

$$C_2(\vec{q}, \vec{K}) = 1 \pm \exp(-R_s^2(\vec{K})q_s^2 - R_o^2(\vec{K})q_o^2 - R_l^2(\vec{K})q_l^2 - 2R_{ol}^2(\vec{K})q_oq_l)$$

- 中心衝突(軸対称)を仮定すると、R'sは $K_{\perp}$ とY(pairのrapidity)にのみ依存

$$R_s^2 = \langle \tilde{x}_s^2 \rangle, \quad R_o^2 = \langle (\tilde{x}_o - \beta_{\perp} \tilde{t})^2 \rangle$$
$$R_l^2 = \langle (\tilde{x}_l - \beta_l \tilde{t})^2 \rangle, \quad R_{ol}^2 = \langle (\tilde{x}_o - \beta_{\perp} \tilde{t})(\tilde{x}_l - \beta_l \tilde{t}) \rangle$$

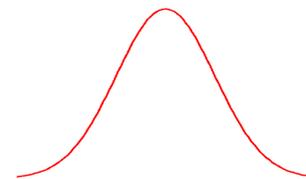
$\beta_{\perp}$ 、 $\beta_l$ はpairのout方向、l方向の速度

例えば、 $R_o^2$ は $\langle \tilde{x}_o \tilde{t} \rangle = 0$ の場合、

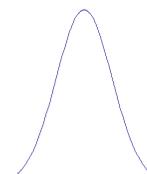
$$\langle \Delta x^2 \rangle = \langle \tilde{x}_o^2 \rangle$$

$$\langle \Delta x^2 \rangle = \beta_{\perp}^2 \langle \tilde{t}^2 \rangle$$

$$R_o^2 = \langle \tilde{x}_o^2 \rangle + \beta_{\perp}^2 \langle \tilde{t}^2 \rangle$$

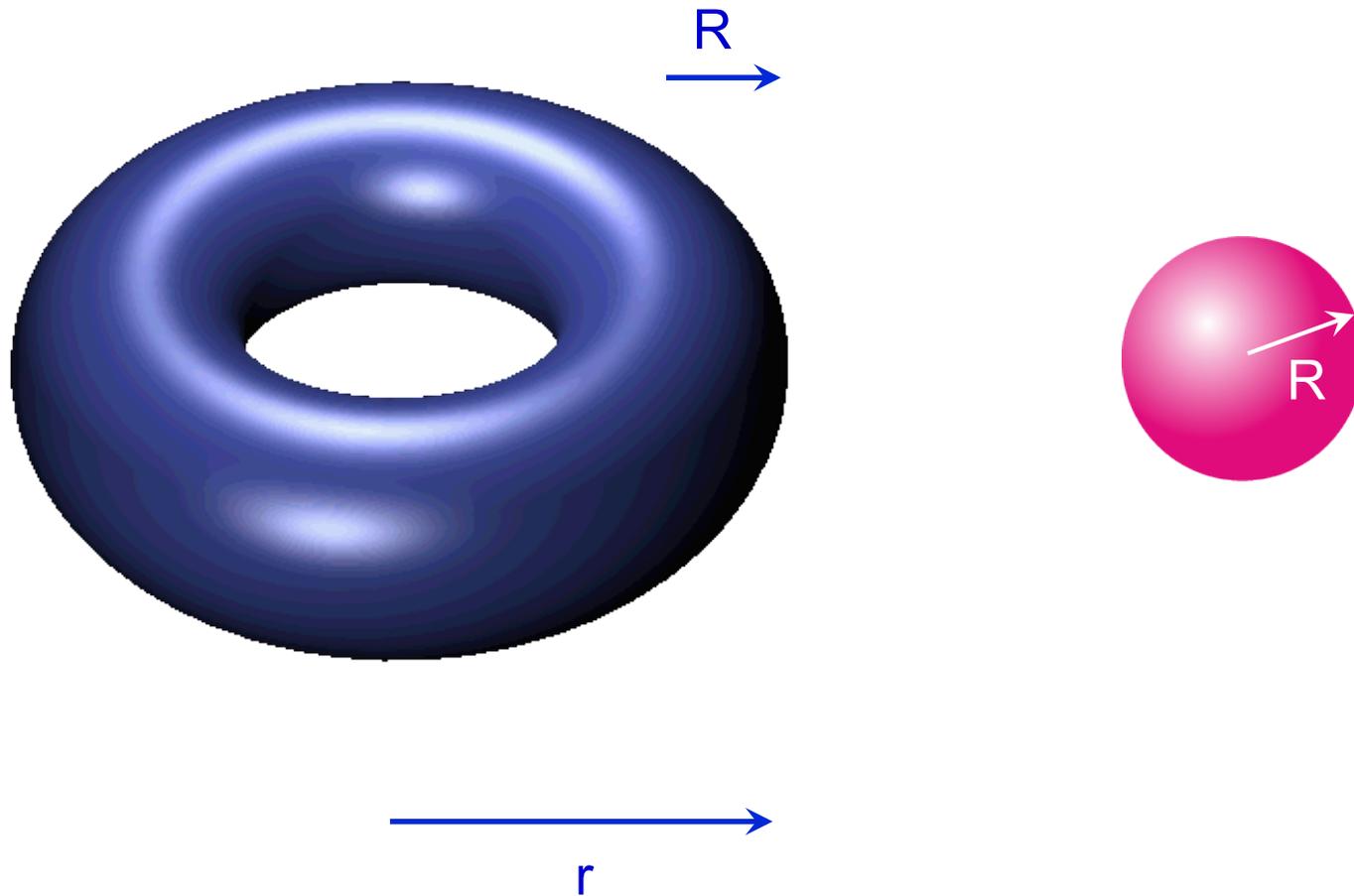


+



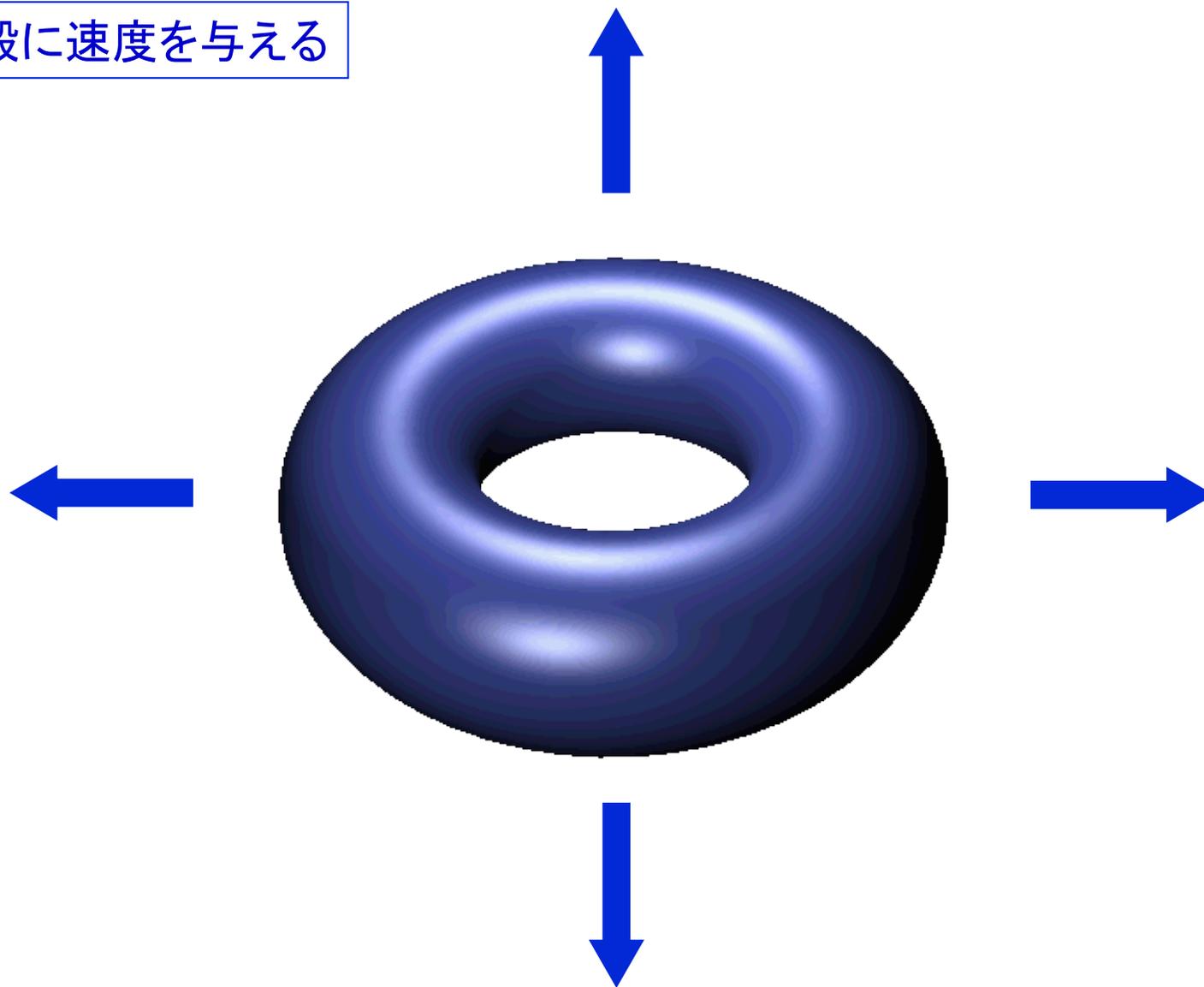
Sourceの大きさが大きくなったことに相当

# 相關距離

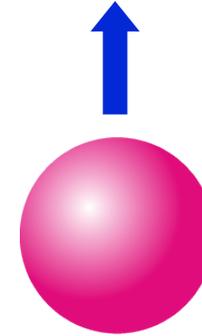
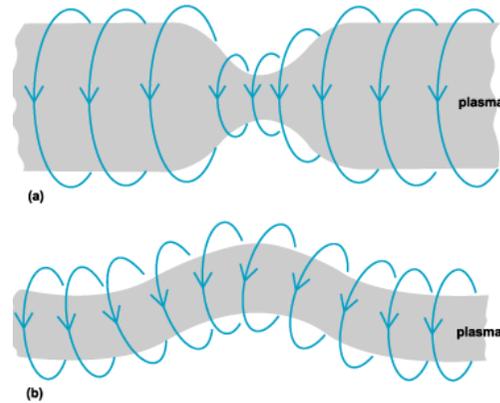
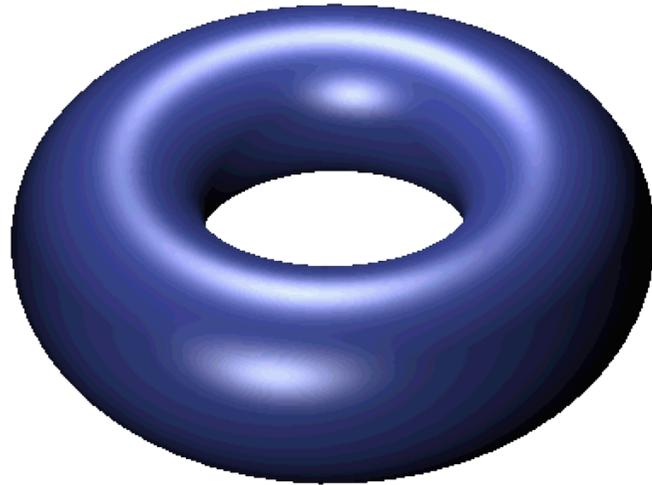


# 相関距離が同じ場合

トーラスや球殻に速度を与える

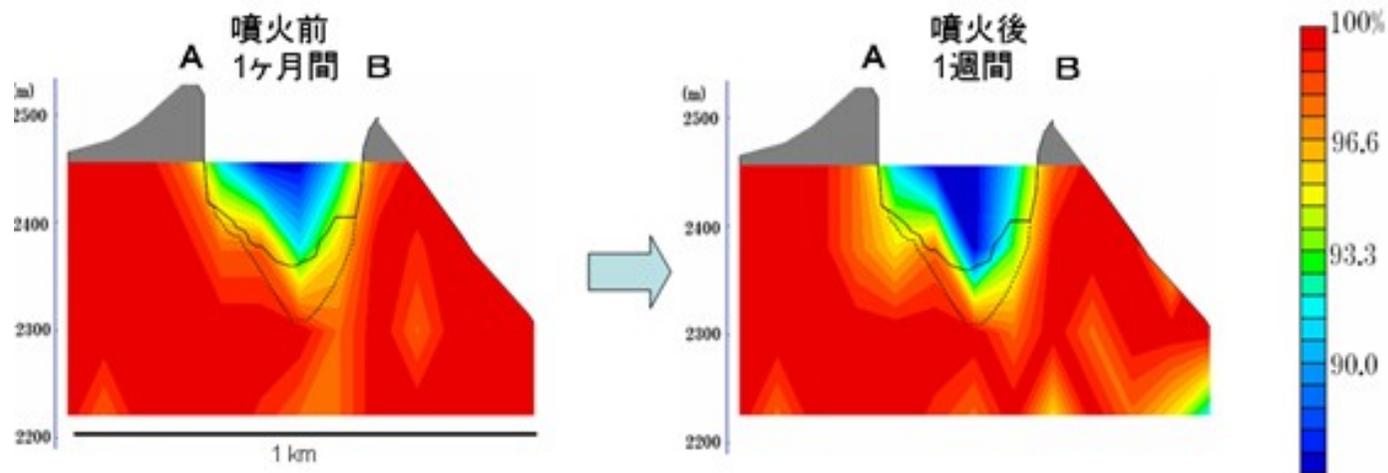


# あるいは *sausage instability*

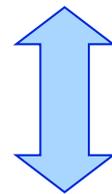


# CTスキャンやトモグラフィーとの違い

ミュオンで見た浅間山の断面



CTスキャンや浅間山の場合は輪郭の形が既知、また、時間的に一定

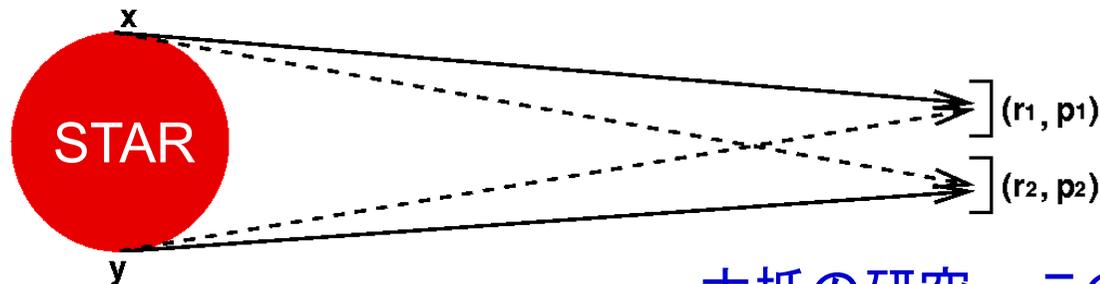


Heavy Ion Collisions

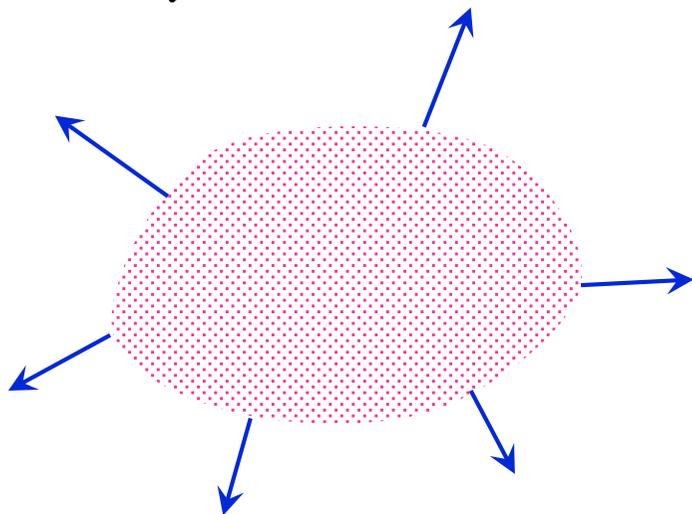
# 理論的にあまり理解されていない問題

## 1. Coulomb Interaction

Coulomb Interaction については数多くの研究があるのでは？



大抵の研究：このような描像にもとづいている

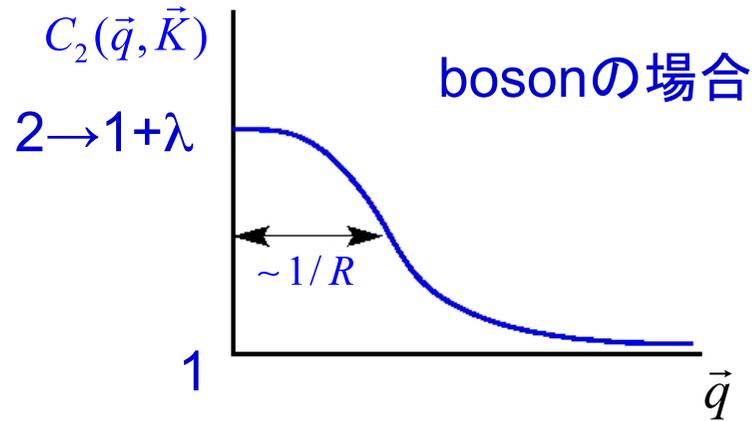


強い相互作用でdecoupleした後の膨張している系の中の粒子間のCoulomb相互作用は？

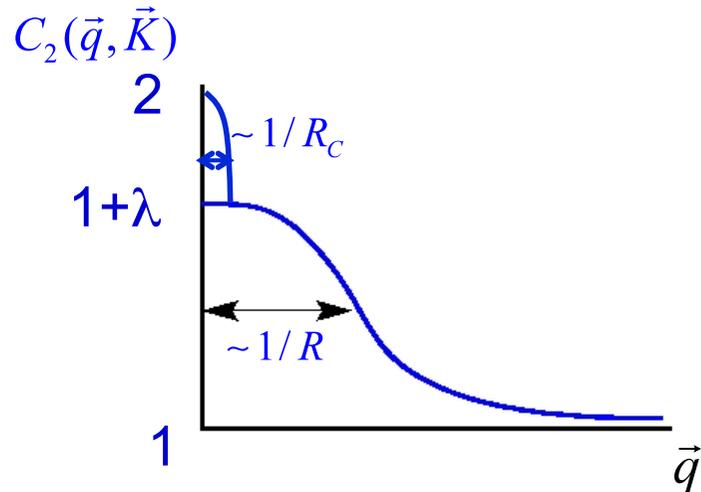
Baym、Braun-Munzinger (1996頃)程度？

# Chaoticity Parameter: $\lambda$

$$C_2(\vec{q}, \vec{K}) = 1 \pm \lambda(\vec{K}) \exp(-R_s^2(\vec{K})q_s^2 - R_o^2(\vec{K})q_o^2 - R_l^2(\vec{K})q_l^2 - 2R_{ol}^2(\vec{K})q_oq_l)$$



普通の説明: 寿命の長い粒子 ( $\omega$  など) の崩壊はより外側で起きる (corona model)



# Chaotic Case

- $R \rightarrow \infty$  としてmatterの中の $C_2$ を考える(相対運動量=0)

熱的平衡にあるボゾンの自由ガス(質量0)

$$\hat{H} = \sum E_{\vec{k}} a_{\vec{k}}^\dagger a_{\vec{k}} + const. = \sum E_{\vec{k}} \hat{N}_{\vec{k}} + const.$$
$$Z = \text{Tr} \exp(-\beta \hat{H})$$
$$C_2(\vec{k}) = \frac{\langle \hat{N}_{\vec{k}}^2 \rangle}{\langle \hat{N}_{\vec{k}} \rangle^2}$$

$$C_2(\vec{k}) + \frac{1}{\langle \hat{N}_{\vec{k}} \rangle} = 2 \quad \xrightarrow{\lambda=1}$$

$\rightarrow 0$

# Coherent Case

## ■ コヒーレント状態

$$a_{\vec{k}} |\alpha_{\vec{k}}\rangle = \alpha_{\vec{k}} |\alpha_{\vec{k}}\rangle \quad \text{となる状態}$$

コヒーレント状態: 最も古典的な状態  $\Delta q \Delta p = \frac{\hbar}{2}$

コヒーレント状態において

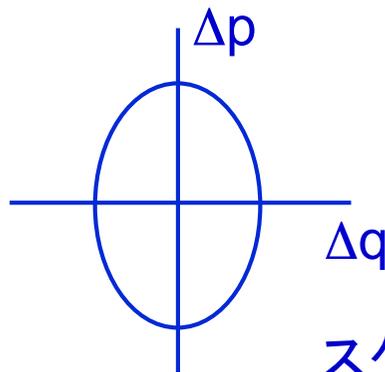
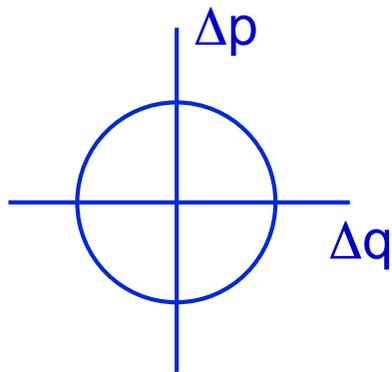
$$C_2(\vec{k}) + \frac{1}{\langle \hat{N}_{\vec{k}} \rangle} = 1 \quad \rightarrow \quad \lambda = 0$$

↖  $\rightarrow 0$

→ chaotic:  $\lambda=1$ 、coherent:  $\lambda=0$

# State that is Coherent or Coherent State

コヒーレント状態: 最も古典的な状態  $\Delta q \Delta p = \frac{\hbar}{2}$



スクイズド状態  $\Delta q \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$

つまり、コヒーレントな状態  $\neq$  コヒーレント状態

ボゾンのスクイズド状態を使うと

$\lambda$ は $(-1, \infty)$ のすべての値 ( $[0, \infty)$ ではない) を取れることが証明できる

- HICでは衝突エネルギーが大きくなるにつれて $\lambda$ が増加する傾向

この理論的理解はまだ

# まとめ

- 2粒子相関で測っているのは、Correlated Region のサイズ

流れの分布に依存 系全体のサイズではない

- 逆問題(2粒子相関から系全体の分布を再現すること)はトリビアルではない

on-shell条件 3次元の自由度しか残っていない

- 現在の計算方法はchaotic sourceの仮定を用いている

そのため、chaoticity parameter( $\lambda$ )の理解は不完全