

原子核衝突における有限密度の クォーク物質と状態方程式

門内 晶彦 (大阪工業大学)

第41回 Heavy Ion Pub 研究会

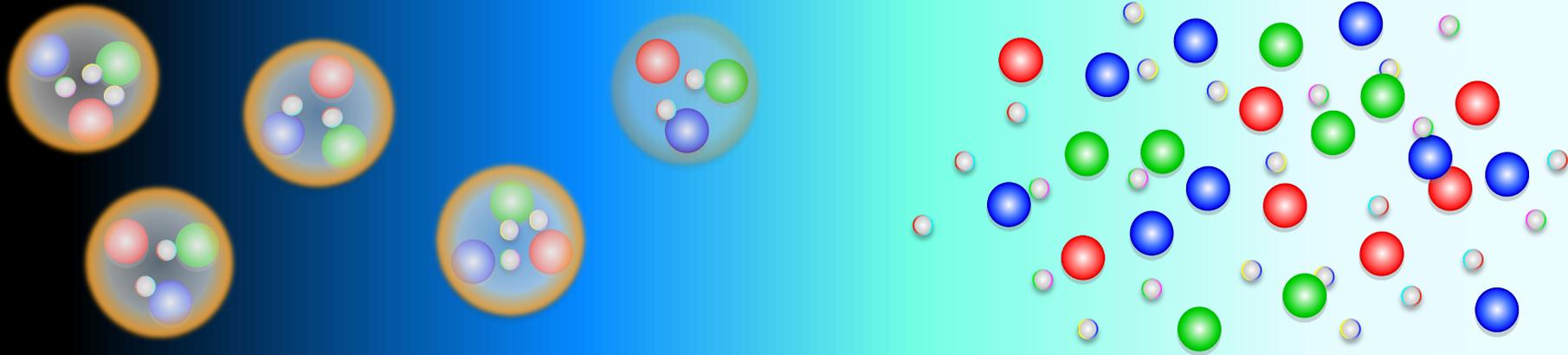
2024年10月4日, 奈良女子大学

目次

1. はじめに
2. 有限密度の状態方程式
3. バリオン接合と中性子スキン
4. まとめと展望

はじめに

■ 量子色力学(QCD)の相転移

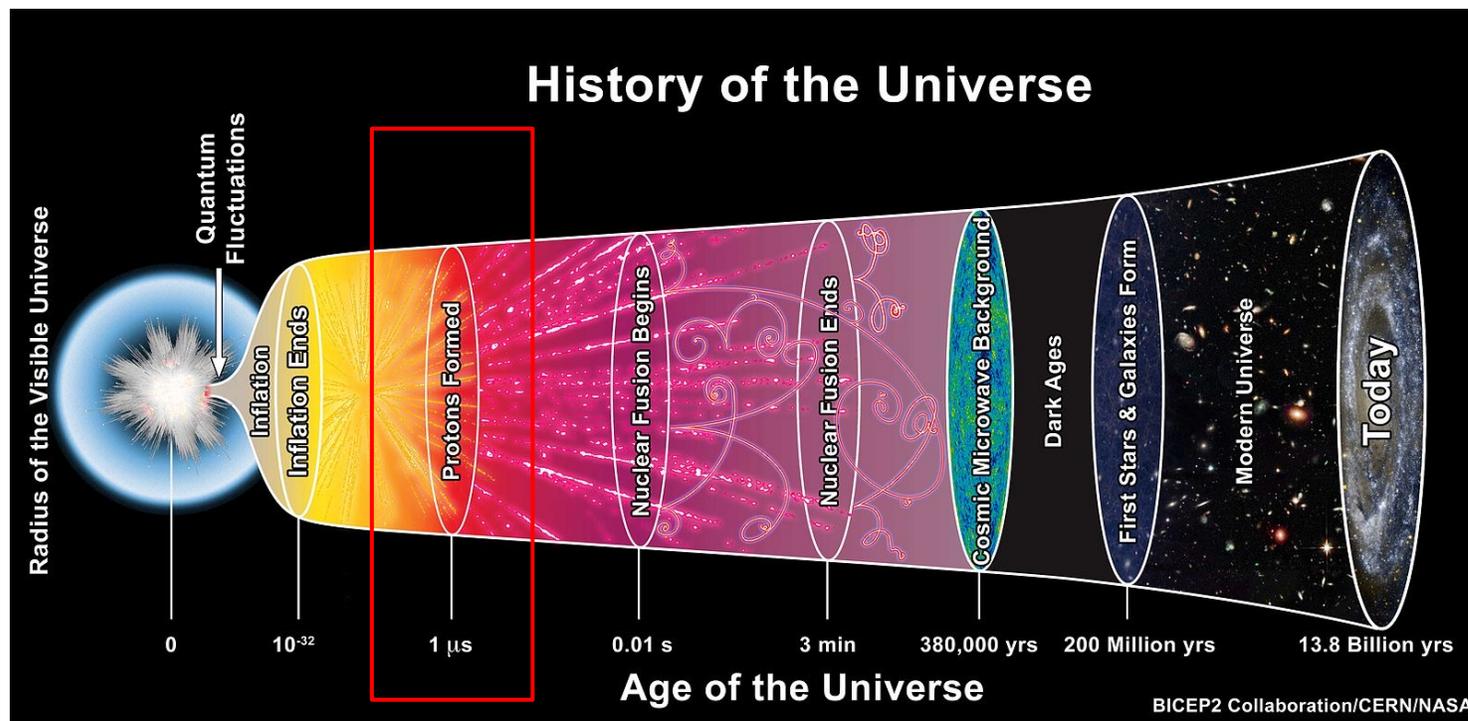


陽子や中性子を約2兆度に加熱すると「クォークグルーオンプラズマ(QGP)」とよばれる素粒子の多体系となる

はじめに

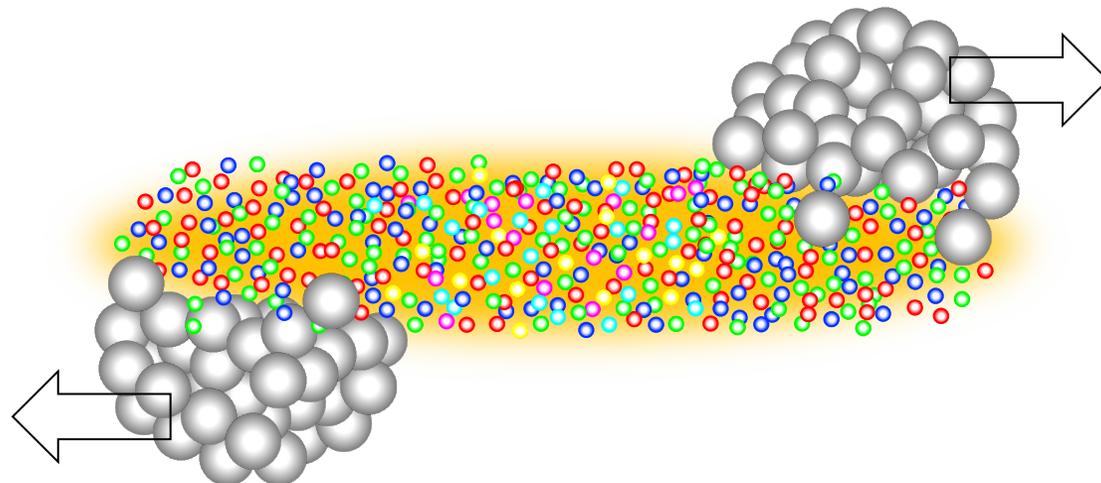
■ クォークグルーオンプラズマはどこにあるか？

QGPはビッグバンから約 10^{-5} 秒後の高温初期宇宙を満たしていた



はじめに

- どのようにしてQGPを地上で再現するか？



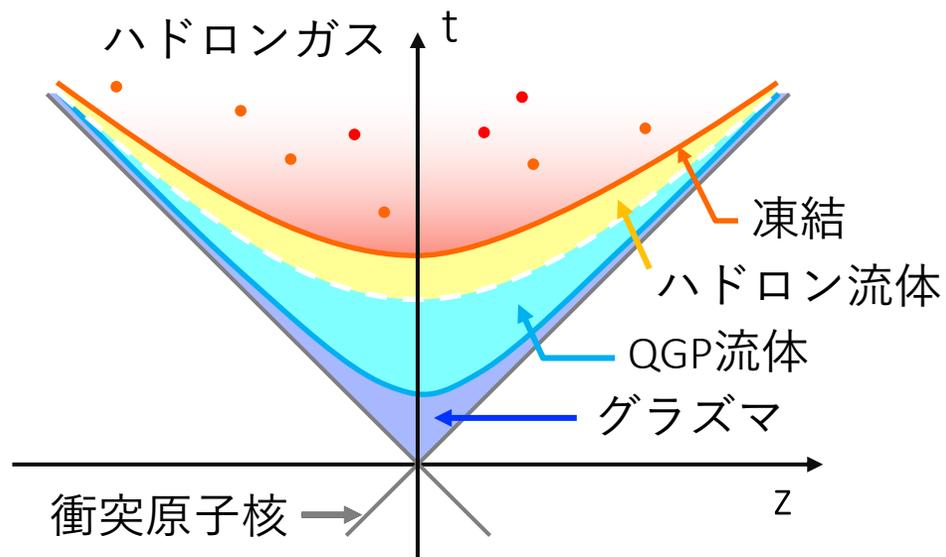
大きな原子核(金, 鉛など)を光速に近い速さに加速し衝突させる

相対論的重イオン衝突型加速器(RHIC)
大型ハドロン衝突型加速器(LHC)



はじめに

■ 原子核衝突と時間発展



ハドロン輸送 ($> 10 \text{ fm/c}$)

流体時空発展 ($\sim 1-10 \text{ fm/c}$)

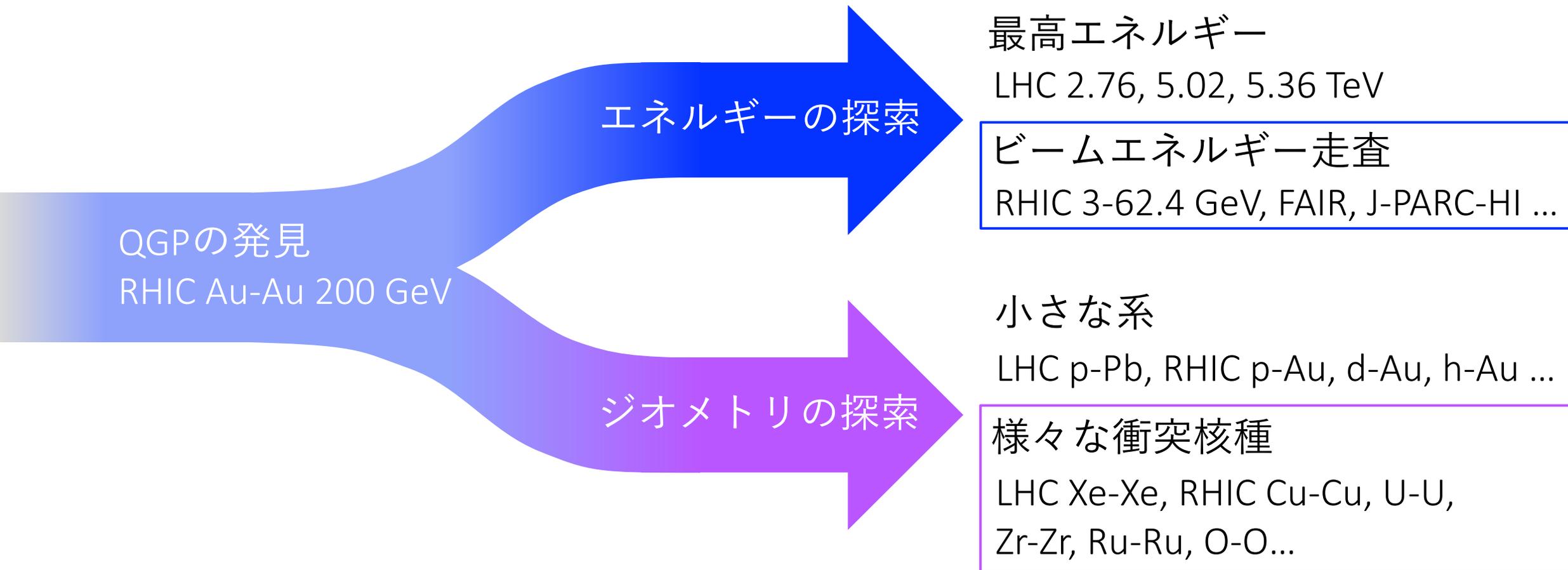
ガラスマ ($\sim 0-1 \text{ fm/c}$)

カラーガラス凝縮 ($< 0 \text{ fm/c}$)

高温QCD物質は**相対論的流体**として振る舞うことが
観測された粒子運動量分布の方位角依存性から示唆されている

はじめに

■ 原子核衝突のフロンティア(の一部)



2. 有限密度の状態方程式

AM, G. Pihan, B. Schenke, C. Shen, arXiv:2406.11610 [nucl-th] (to appear in PRC)

はじめに

■ QCD相図

QCD系は温度と化学ポテンシャルによって多彩な相構造をもつと予想される

クォークグルーオン
プラズマ(QGP)相

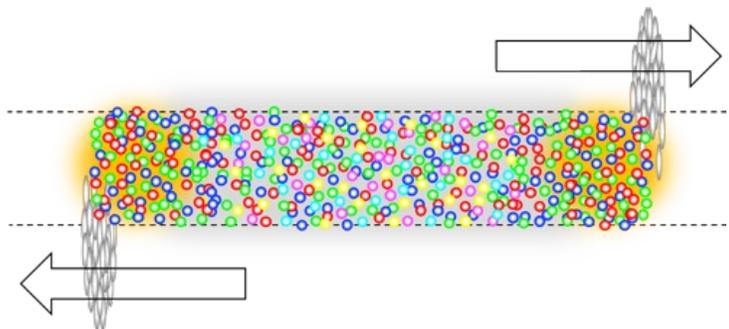
臨界点

ハドロン相

カラー超伝導相

はじめに

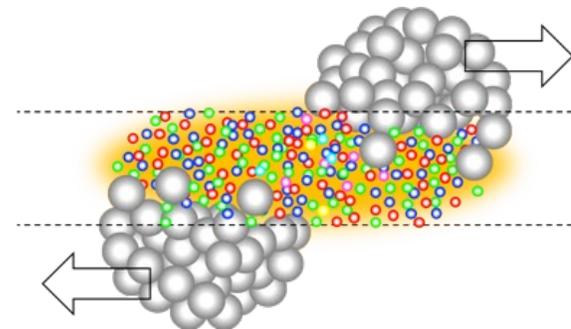
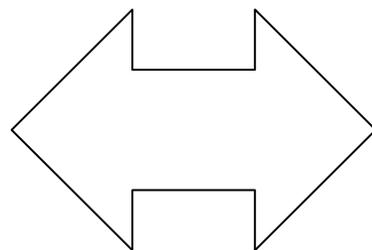
■ ビームエネルギー走査 (Beam Energy Scan)



高エネルギー原子核衝突
 $\sqrt{s_{NN}} \sim O(10^2 - 10^3)$ GeV

対生成由来の粒子が多い

→ 高温・低密度



中低エネルギー原子核衝突
 $\sqrt{s_{NN}} \sim O(1 - 10)$ GeV

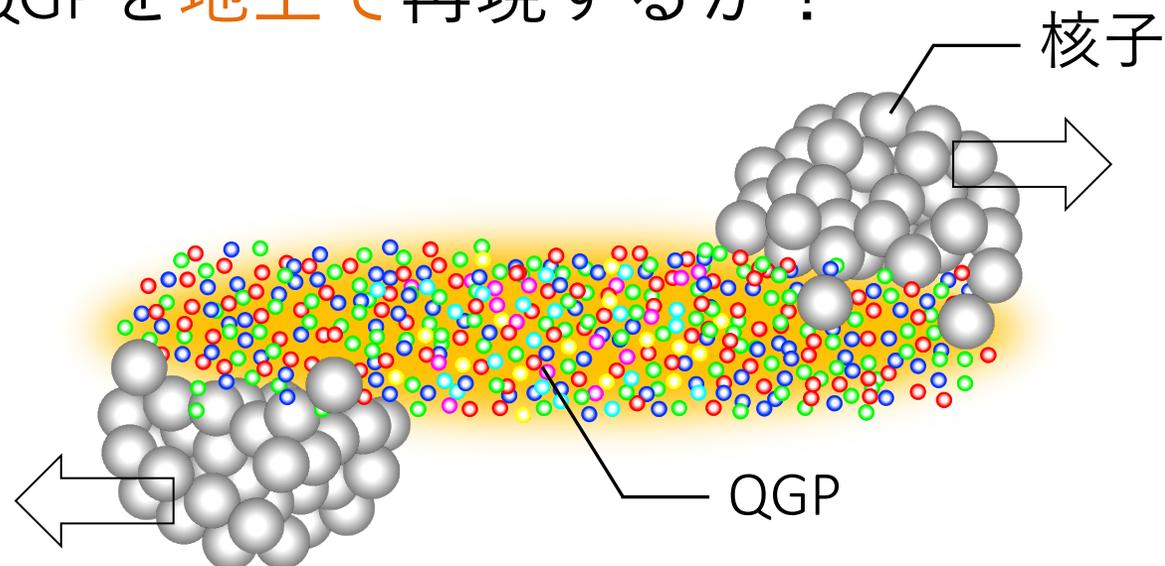
核物質由来の粒子が多い

→ 低温・高密度

▶ 衝突エネルギーを変えることで相図を走査できる RHIC, FAIR, NICA, J-PARC-HI, ...

はじめに

- どのようにしてQGPを地上で再現するか？



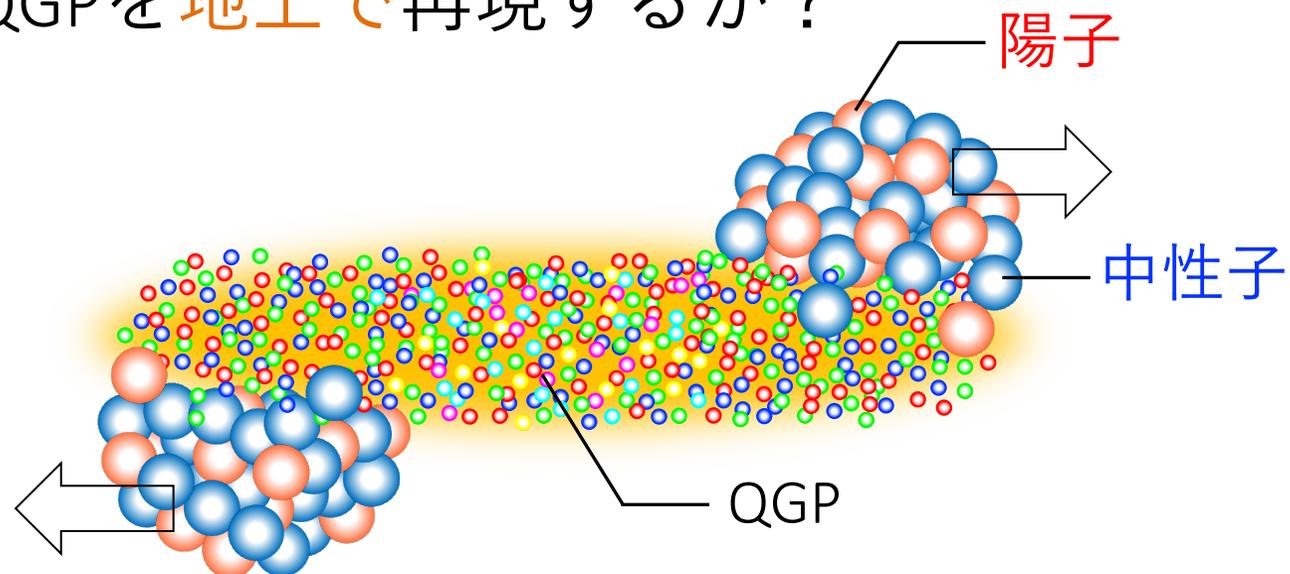
大きな原子核(金, 鉛など)を光速に近い速さに加速し衝突させる

相対論的重イオン衝突型加速器(RHIC)
大型ハドロン衝突型加速器(LHC)



はじめに

- どのようにしてQGPを地上で再現するか？



より精密には陽子と中性子を区別する必要がある

相対論的重イオン衝突型加速器(RHIC)
大型ハドロン衝突型加速器(LHC)



原子核衝突

■ 保存荷電

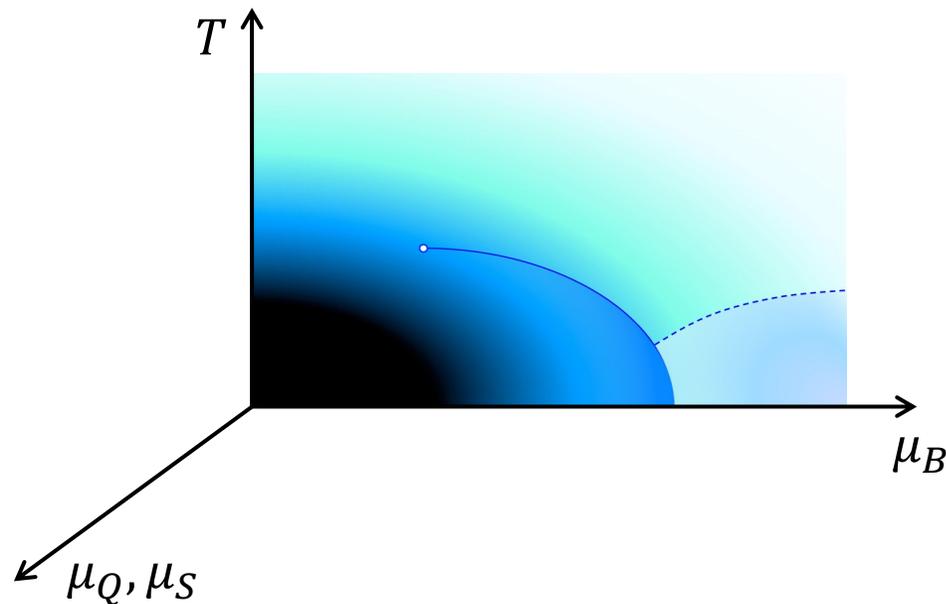
重イオン衝突のQGPは軽いクォーク (u, d, s) が主成分 ($T \sim 200$ MeV)

バリオン (B)

電荷 (Q)

ストレンジネス (S)

が強い相互作用で保存



原子核衝突におけるQCD相図
は4次元が必要

T : 温度

μ_B : バリオン化学ポテンシャル

μ_Q : 電荷化学ポテンシャル

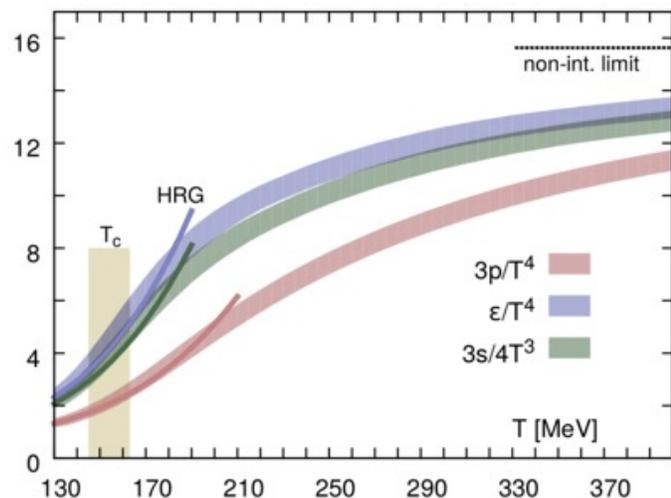
μ_S : ストレンジネス化学ポテンシャル

QCD熱力学

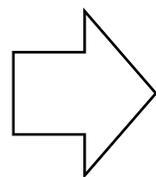
■ 状態方程式 (Equation of state)

系を特徴づける状態量の関係式

$\left\{ \begin{array}{l} e: \text{エネルギー密度} \quad P: \text{圧力} \\ n_B, n_Q, n_S: \text{(正味)バリオン密度, 電荷密度, ストレンジネス密度} \end{array} \right.$



第一原理計算である格子QCDによって
ゼロ密度においては状態方程式が計算可能

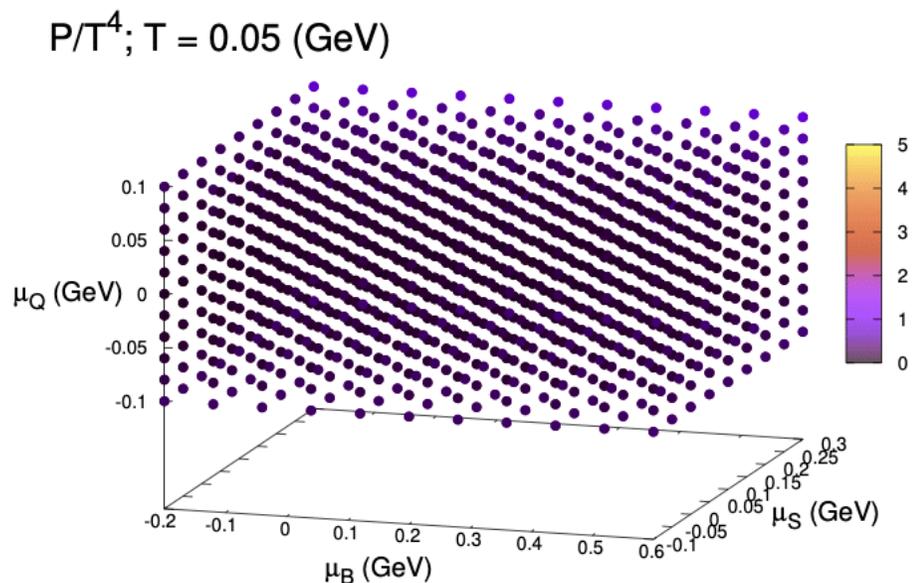


有限密度では符号問題のため
計算が困難

状態方程式

AM, G. Pihan, B. Schenke, C. Shen, arXiv:2406.11610 [nucl-th]

■ 4次元状態方程式モデル NEOS-4D



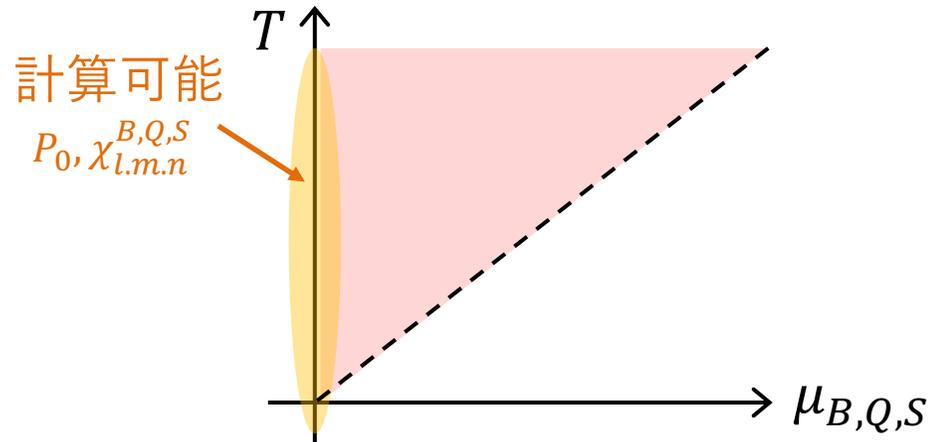
- 原子核衝突で想定される**バリオン**,
電荷, **ストレンジネス**の密度領域を考慮
- NEOS BQS モデル ($n_Q = 0.4 n_B, n_S = 0$)
を一般化したもの
AM, B. Schenke, C. Shen, Phys. Rev. C **100**, 024907 (2019)
- 軽原子核を含む系や、拡散やゆらぎを
含む系を取り扱うことが可能

状態方程式

■ QGP相: 格子QCD (テイラー展開法)

$$\frac{P_{\text{lat}}}{T^4} = \frac{P_0}{T^4} + \sum_{l,m,n} \frac{\chi_{l,m,n}^{B,Q,S}}{l! m! n!} \left(\frac{\mu_B}{T}\right)^l \left(\frac{\mu_Q}{T}\right)^m \left(\frac{\mu_S}{T}\right)^n$$

HotQCD Collaboration, PRD 86, 034509 (2012);
PRD 90, 094503 (2014); PRD 92, 074043 (2015);
PRD 95, 054504 (2017)



良い点: 第一原理計算

悪い点: $\frac{\mu}{T}$ が大きいとき破綻する

- 格子QCDから4次までの感受率を採用
- 一部の6次の感受率 ($\chi_6^B, \chi_{5,1}^{B,Q}, \chi_{5,1}^{B,S}$) を熱力学的条件のために導入

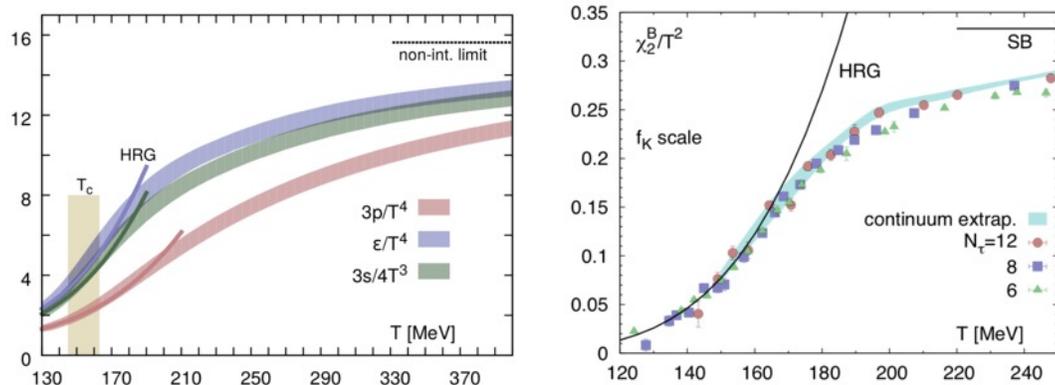
状態方程式

■ ハドロン相: ハドロン共鳴ガス模型

$$P_{\text{had}} = \pm T \sum_i \frac{g_i d^3 p}{(2\pi)^3} \ln[1 \pm e^{-(E_i - \mu_i)/T}]$$

Particle Data Group: PRD 98, 030001 (2018)

- u, d, s を構成要素にもつ 2 GeV以下の全てのハドロンと共鳴状態を考慮

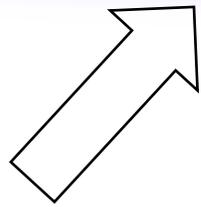


良い点: 格子QCDと一致
悪い点: ハドロン相のみ記述

状態方程式

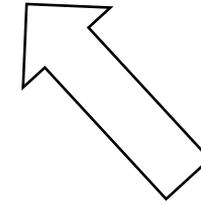
■ クロスオーバー型の状態方程式の構築

$$P = \frac{1}{2} \left(1 - \tanh \frac{T - T_c}{\Delta T_c} \right) P_{\text{had}} + \frac{1}{2} \left(1 + \tanh \frac{T - T_c}{\Delta T_c} \right) P_{\text{lat}}$$



ハドロン共鳴ガス模型

$$P_{\text{had}} = \pm T \sum_i \frac{g_i d^3 p}{(2\pi)^3} \ln [1 \pm e^{-(E_i - \mu_i)/T}]$$



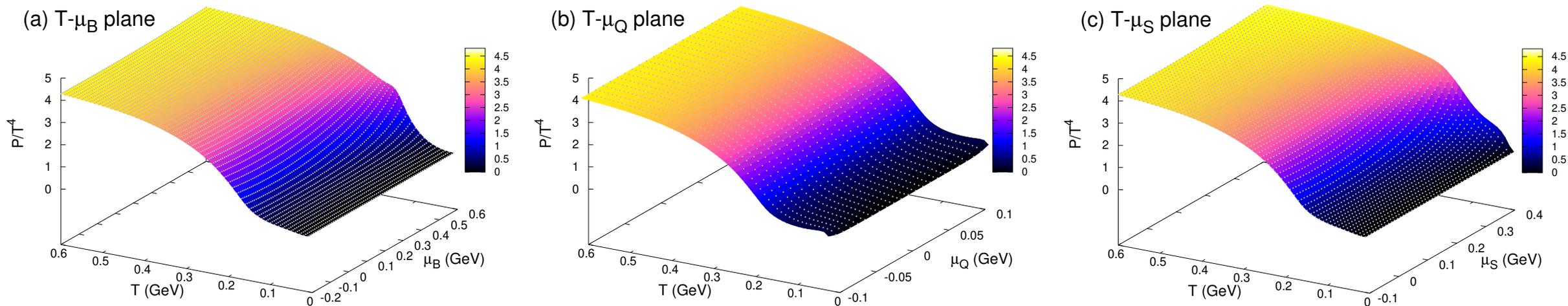
格子QCD (テイラー展開法)

$$\frac{P_{\text{lat}}}{T^4} = \frac{P_0}{T^4} + \sum_{l,m,n} \frac{\chi_{l,m,n}^{B,Q,S}}{l! m! n!} \left(\frac{\mu_B}{T} \right)^l \left(\frac{\mu_Q}{T} \right)^m \left(\frac{\mu_S}{T} \right)^n$$

$$\left[T_c(\mu_B) = 0.16 - 0.4(0.139\mu_B^2 + 0.053\mu_B^4) \text{ GeV}, \quad \Delta T_c = 0.1T_c(0) \quad \text{J. Cleymans et. al., PRC 73, 034905 (2006)} \right]$$

数値計算結果

■ QCD物質中の圧力

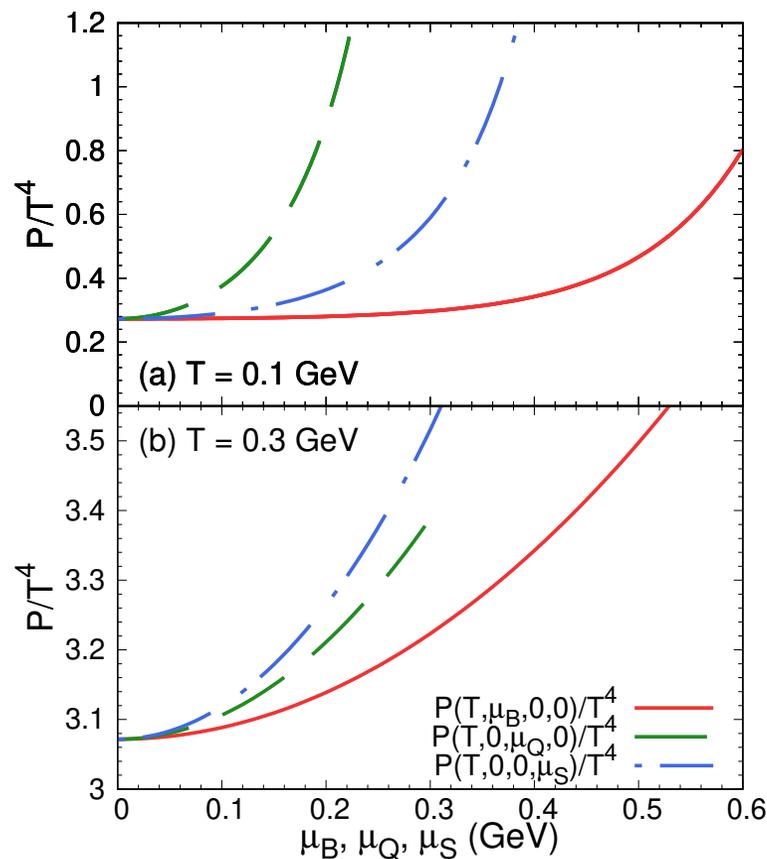


無次元化した圧力について4次元空間から2次元平面(T - μ_B , T - μ_Q , T - μ_S)をそれぞれ切り出したもの

数値計算結果

■ 圧力の化学ポテンシャル依存性

$$e^{-\frac{\sqrt{p^2+m^2}-\mu}{T}}$$



ハドロン相

効果の大きさ順: μ_Q, μ_S, μ_B

其々の荷電をもつ最も軽いハドロン(π 中間子, K 中間子, 陽子)の質量順 $m_p > m_K > m_\pi$

補足

■ クォークとハドロンの化学ポテンシャル

クォーク

$$u: \mu_u = \frac{1}{3}\mu_B + \frac{2}{3}\mu_Q$$

$$d: \mu_d = \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{3}\mu_Q$$

$$s: \mu_s = \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{3}\mu_Q - \mu_S$$

u

d

s

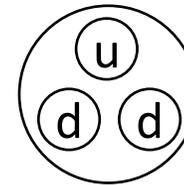
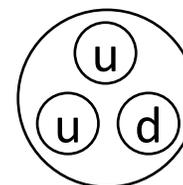
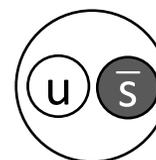
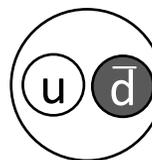
ハドロン

$$\pi^+ \text{中間子}(u\bar{d}): \mu_{\pi^+} = \mu_Q$$

$$K^+ \text{中間子}(u\bar{s}): \mu_{K^+} = \mu_Q + \mu_S$$

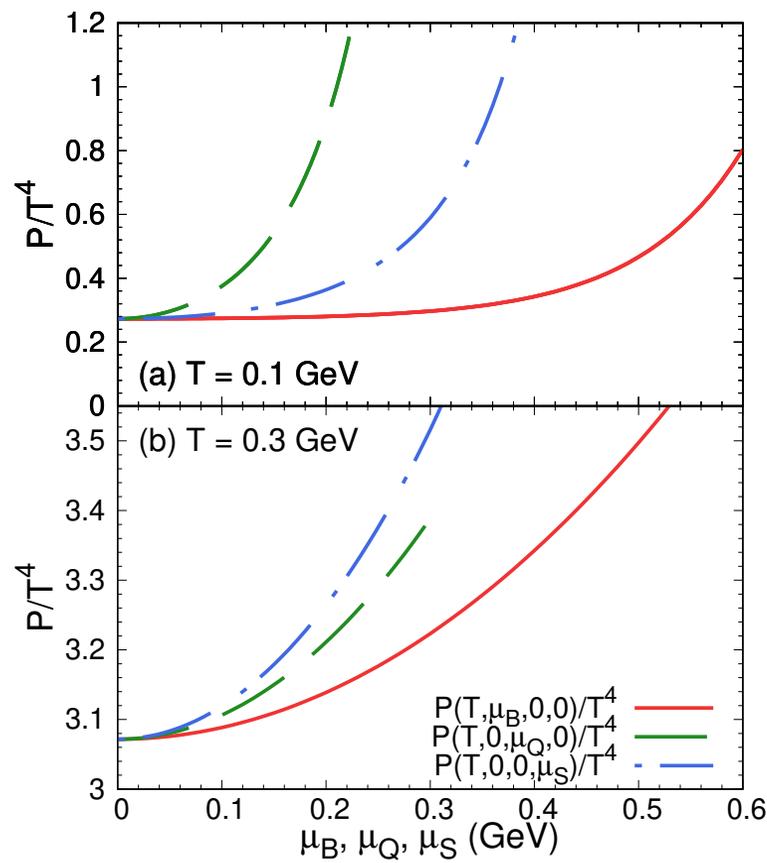
$$\text{陽子}(uud): \mu_p = \mu_B + \mu_Q$$

$$\text{中性子}(udd): \mu_n = \mu_B$$



数値計算結果

■ 圧力の化学ポテンシャル依存性



ハドロン相

効果の大きさ順: μ_Q, μ_S, μ_B

各荷電をもつ最も軽いハドロン(π 中間子, K 中間子, 陽子)の質量が $m_p > m_K > m_\pi$

QGP相

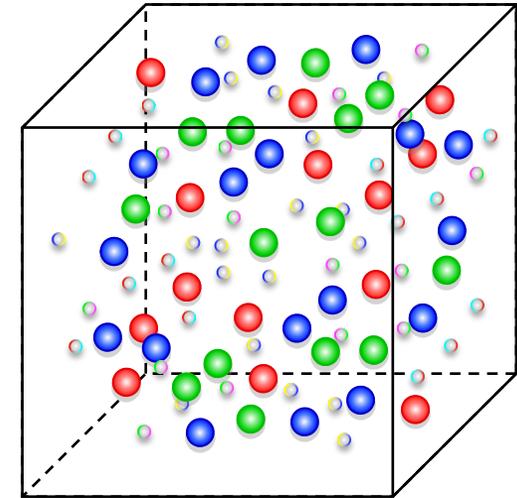
効果の大きさ順: μ_S, μ_Q, μ_B

パートン気体極限において感受率が $\chi_2^B = 1/3$, $\chi_2^Q = 2/3$, $\chi_2^S = 1$ となる

補足

■ パートン気体

質量のないクォークとグルーオンの自由気体
解析的に取り扱いやすい



状態方程式 ($N_f = 3$)

$$e = \frac{19\pi^2}{12} T^4$$

$$n_B = \frac{1}{3} \mu_B T^2 - \frac{1}{3} \mu_S T^2$$

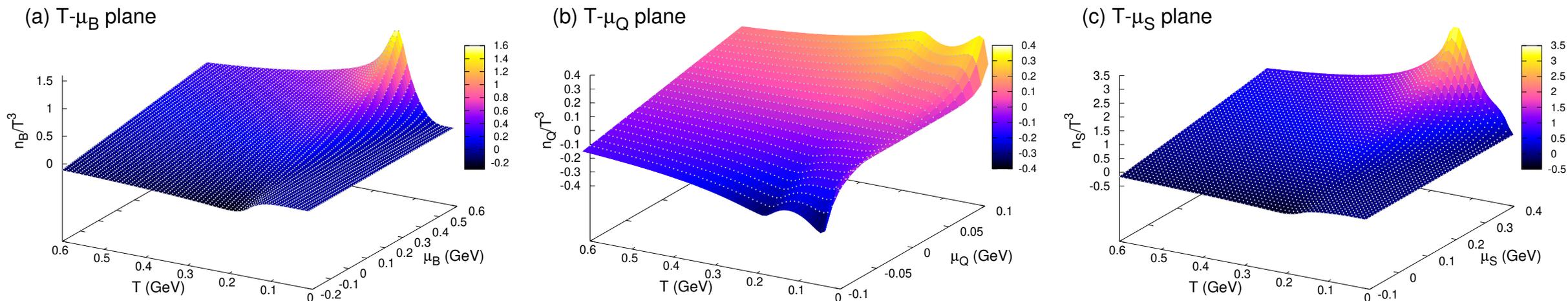
$$n_Q = \frac{2}{3} \mu_Q T^2 - \frac{1}{3} \mu_S T^2$$

$$n_S = -\frac{1}{3} \mu_B T^2 + \frac{1}{3} \mu_Q T^2 + \mu_S T^2$$

相互作用と質量があるので実際は異なる
高温極限で弱結合になると近づく

数値計算結果

■ バリオン密度、電荷密度、ストレンジネス密度



無次元化した各荷電の密度について2次元平面(T - μ_B , T - μ_Q , T - μ_S)でそれぞれ切り出したもの

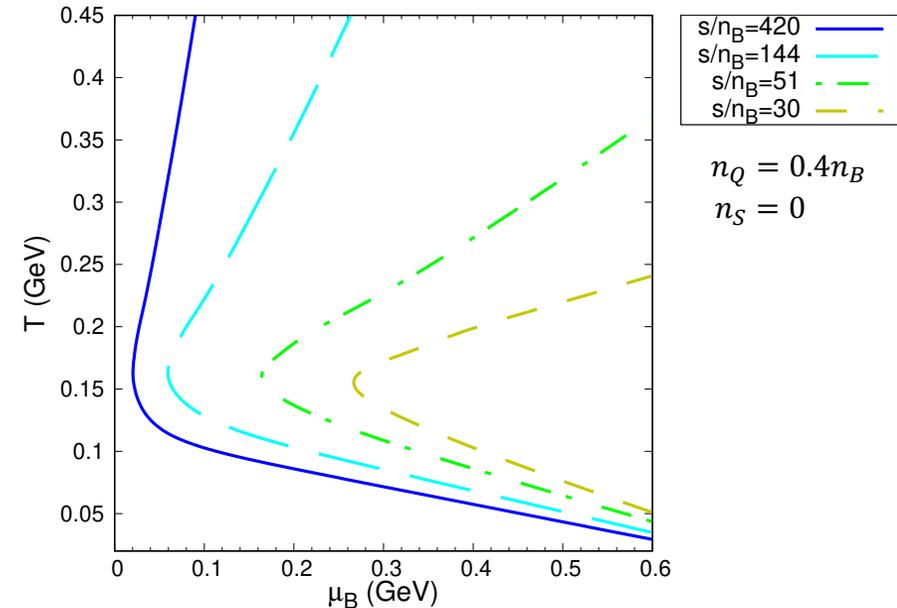
相図

■ 原子核衝突で探索される領域

s/n_B はエントロピーと(正味)バリオン数が保存されれば一定

$s/n_B = 420$	$\sqrt{s_{NN}} = 200 \text{ GeV}$
$s/n_B = 144$	$\sqrt{s_{NN}} = 62.4 \text{ GeV}$
$s/n_B = 51$	$\sqrt{s_{NN}} = 19.6 \text{ GeV}$
$s/n_B = 30$	$\sqrt{s_{NN}} = 14.5 \text{ GeV}$

J. Gunther et. al., Nucl. Phys. A 967, 720 (2017)

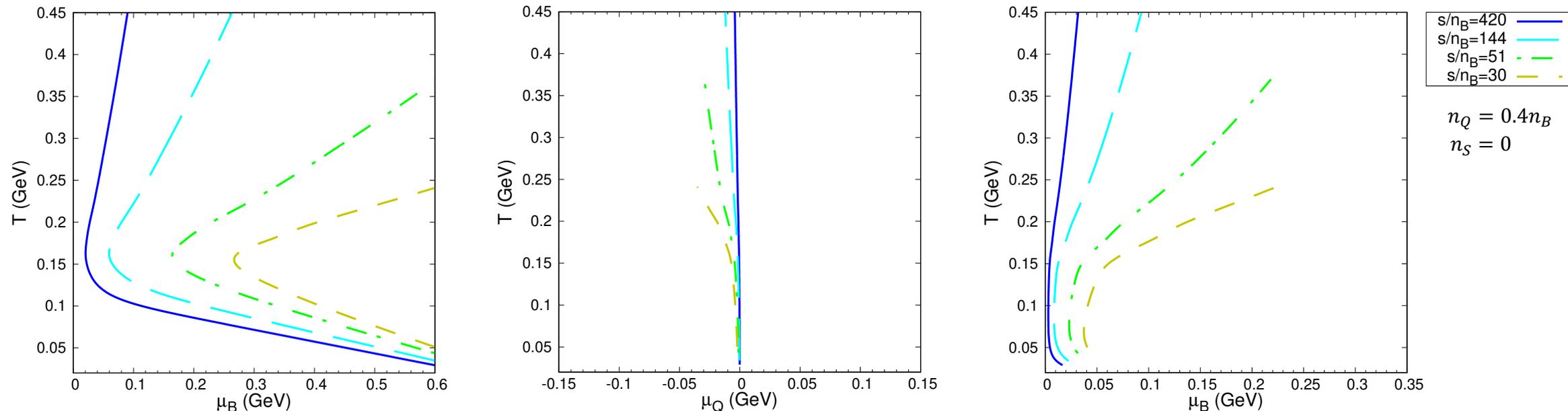


QGP相: $s/n_B \approx T/\mu_B$ のため直線的になる

ハドロン相: 陽子の質量が約1 GeVと大きいいため μ_B が大きくなる

数値計算結果

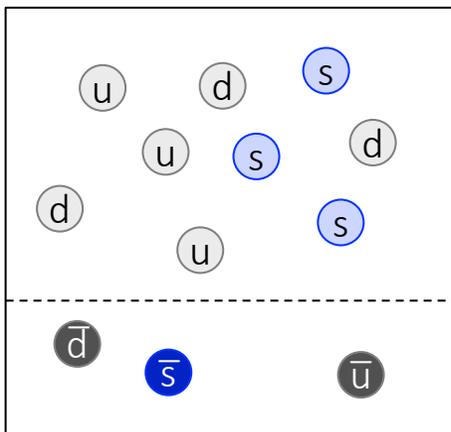
■ 相図上の軌跡



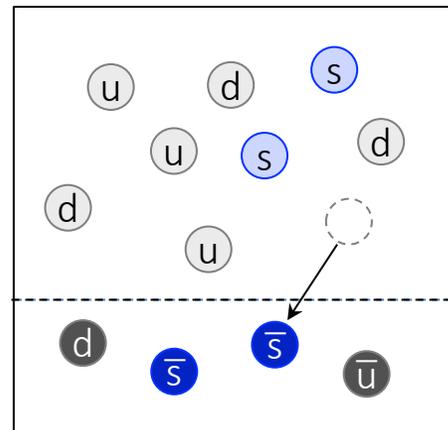
電荷化学ポテンシャル μ_Q の探索領域は陽子と中性子を核子として近似 ($n_Q/n_B = 0.4$) すると狭い

議論

■ ストレンジネス中性条件



$\mu_B > 0$ かつ $\mu_S = 0$
のとき $n_S \neq 0$

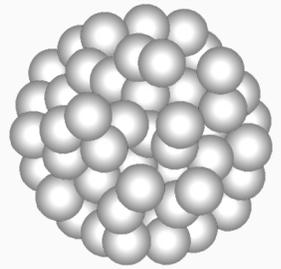


$\mu_B > 0$ かつ $n_S = 0$
なら $\mu_S > 0$

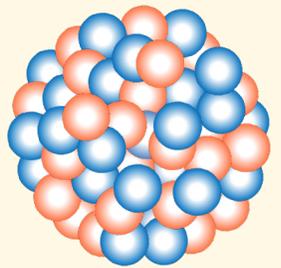
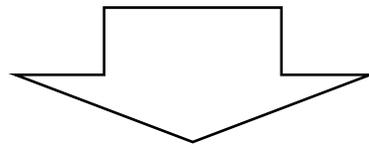
s クォークの化学ポテンシャル $\mu_s = \frac{1}{3}\mu_B - \frac{1}{3}\mu_Q - \mu_S = 0$ より
 $\mu_S \approx \frac{1}{3}\mu_B$ が示される

原子核衝突

■ 電荷-バリオン数比



重イオン (^{197}Au , ^{208}Pb) の場合 $\frac{n_Q}{n_B} \approx 0.4$ および $n_S = 0$

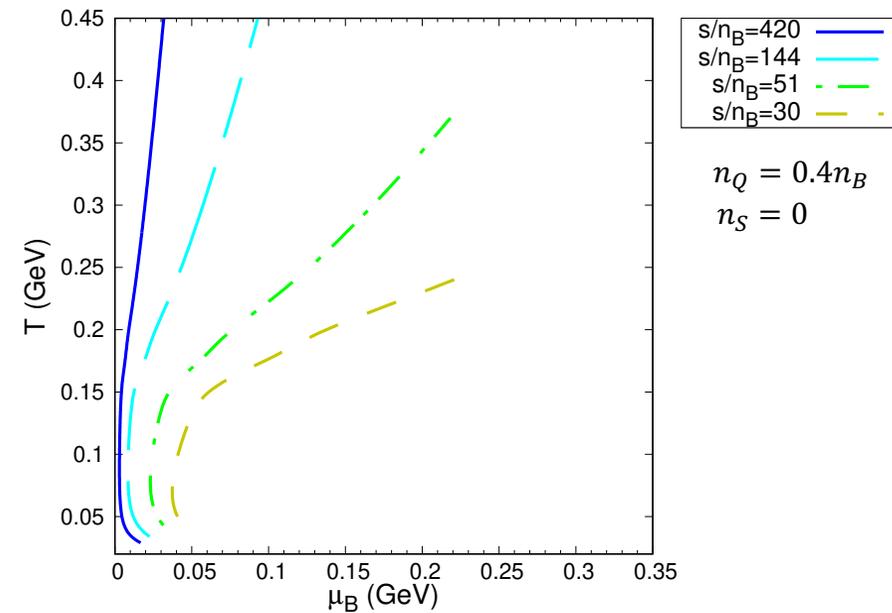
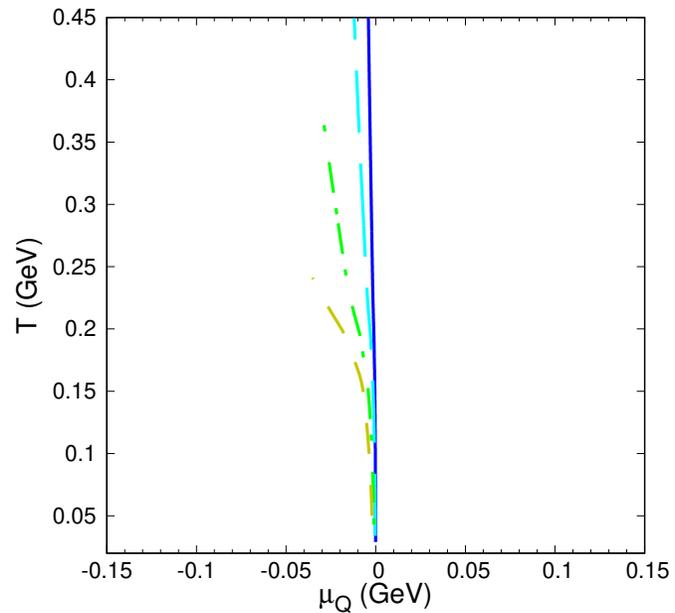
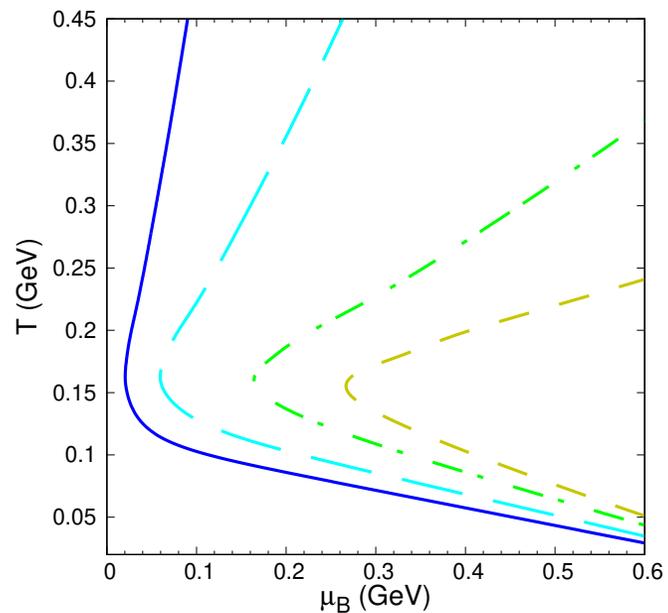


陽子が多い領域で $\frac{n_Q}{n_B} = 1$, 中性子が多い領域で $\frac{n_Q}{n_B} = 0$

△ 揺らぎや拡散などのダイナミクスがあれば $\frac{n_Q}{n_B} > 1$ や $\frac{n_Q}{n_B} < 0$ にもなる

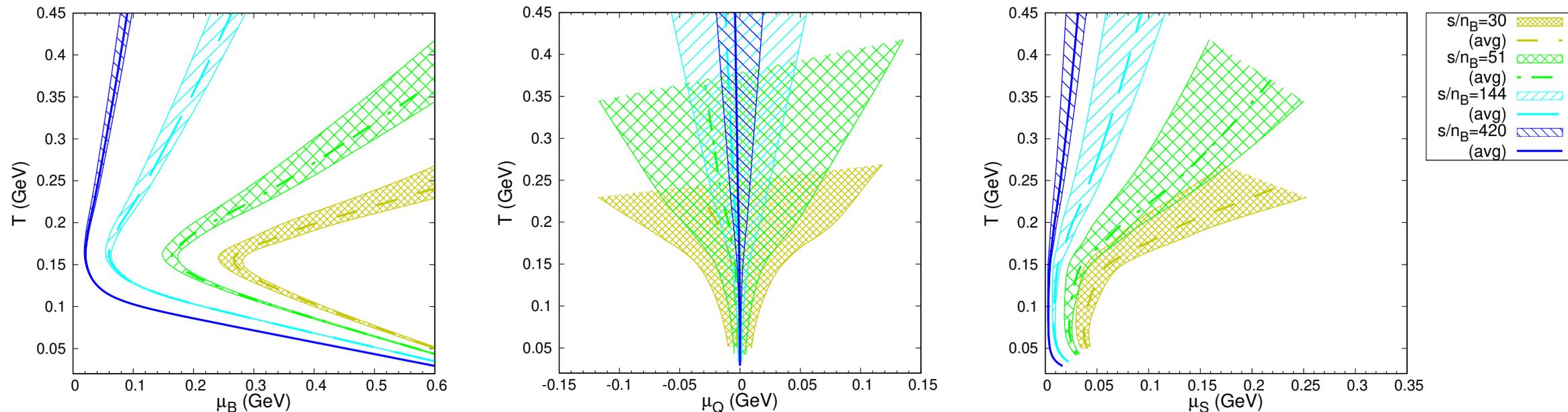
数値計算結果

■ 相図上の軌跡



数値計算結果

■ 相図上の軌跡



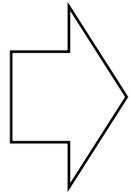
バンドは $n_Q/n_B = 1$ と $n_Q/n_B = 0$ の領域を表す
相図上のより広い領域が探索されていることが示唆される

粒子化 (particlization)

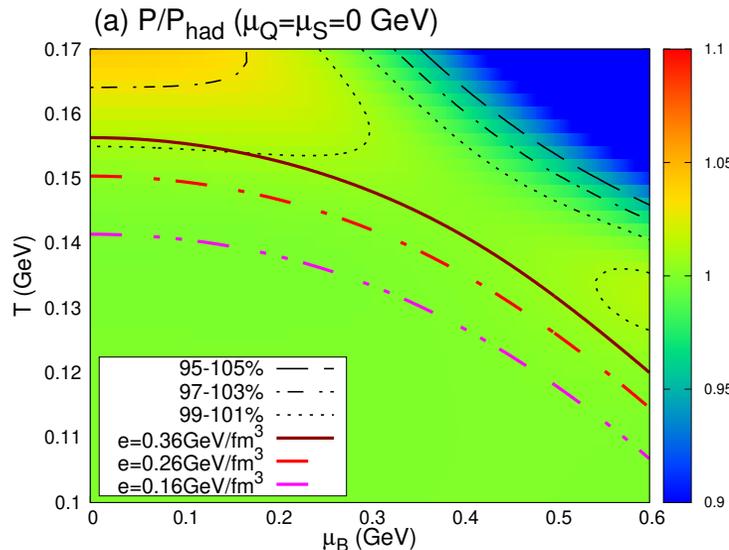
■ 流体描像から粒子描像へ

$$E \frac{dN_i}{d^3p} = \frac{g_i}{(2\pi)^3} \int_{\Sigma} f_i p^\mu d\sigma_\mu$$

Cooper and Frye, Phys. Rev. D 10, 186 (1974)



エネルギー-運動量や荷電が保存するには、流体モデルと相対論的運動学の状態方程式が一致する必要がある



粒子化するエネルギー-密度 e 毎の整合性

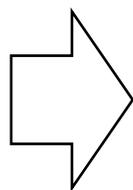
$$\left| 1 - \frac{P}{P_{\text{had}}} \right| < 1\% \text{ for } e = 0.16, 0.26 \text{ GeV/fm}^3$$

$$\left| 1 - \frac{P}{P_{\text{had}}} \right| < 3\% \text{ for } e = 0.36 \text{ GeV/fm}^3$$

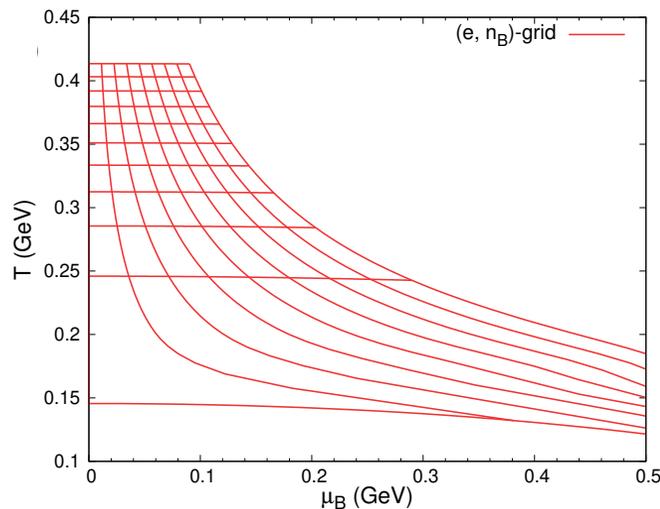
流体モデルへの応用

- 流体モデルでは $P, T, \mu_B, \mu_Q, \mu_S$ が e, n_B, n_Q, n_S の関数として必要

$$\partial_\mu T^{\mu\nu} = 0, \quad \partial_\mu N_B^\mu = 0, \quad \partial_\mu N_Q^\mu = 0, \quad \partial_\mu N_S^\mu = 0$$



数値計算効率のために予め状態方程式のテーブルが用意されることが多い



e, n_B, n_Q, n_S 空間上で等間隔の格子は
 T, μ_B, μ_Q, μ_S 空間上では歪んだ格子になる

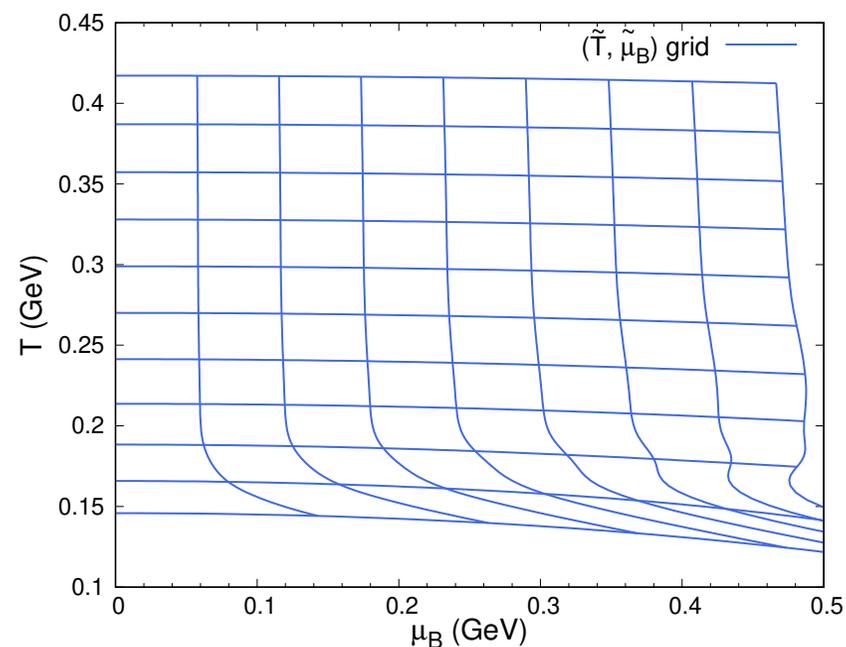
4次元の場合、全空間を覆うには多くの冗長なデータが必要となり数値計算が困難となる



流体モデルへの応用

- 与えられた e, n_B, n_Q, n_S に対する **パートン気体の温度と化学ポテンシャル** として $\tilde{T}, \tilde{\mu}_B, \tilde{\mu}_Q, \tilde{\mu}_S$ を定義する

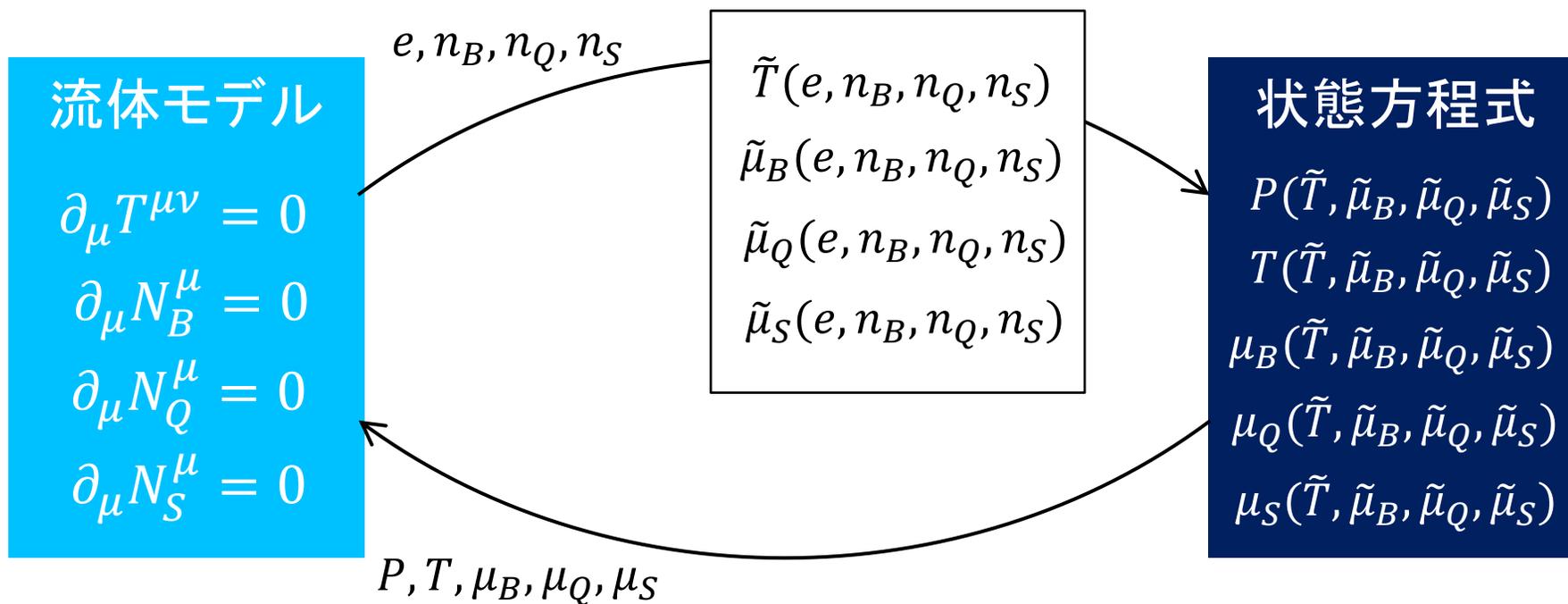
$$\begin{aligned}\tilde{T}(e, n_B, n_Q, n_S) &= \left(\frac{12}{19\pi^2} e \right)^{1/4} \\ \tilde{\mu}_B(e, n_B, n_Q, n_S) &= \frac{5n_B - n_Q + 2n_S}{\tilde{T}^2} \\ \tilde{\mu}_Q(e, n_B, n_Q, n_S) &= \frac{-n_B + 2n_Q - n_S}{\tilde{T}^2} \\ \tilde{\mu}_S(e, n_B, n_Q, n_S) &= \frac{2n_B - n_Q + 2n_S}{\tilde{T}^2}\end{aligned}$$



$\tilde{T}, \tilde{\mu}_B, \tilde{\mu}_Q, \tilde{\mu}_S$ 空間上で等間隔なら T, μ_B, μ_Q, μ_S 空間上でも (比較的) 等間隔

流体モデルへの応用

■ アルゴリズムの模式図

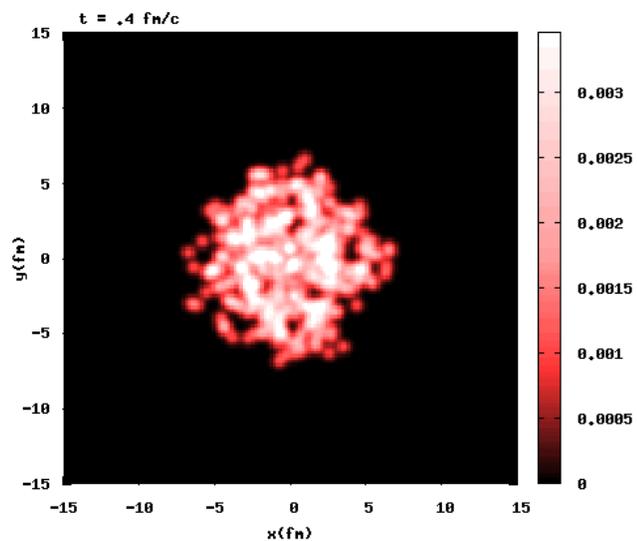


有限密度において効率の良い数値流体計算が可能となる

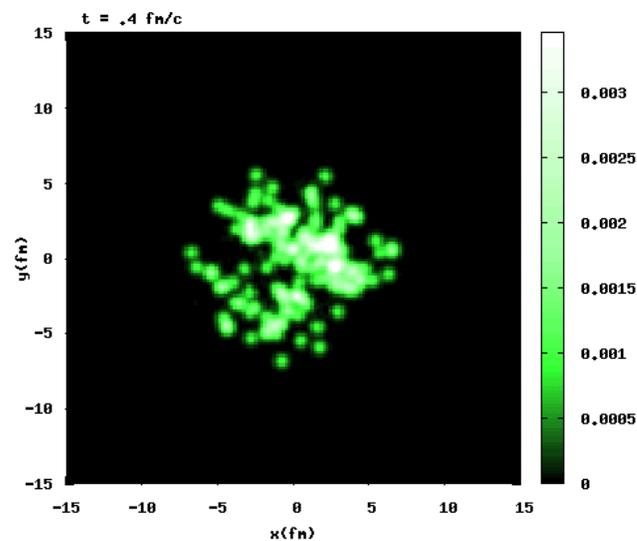
流体モデルへの応用

■ 応用例 (2+1次元完全流体モデル)

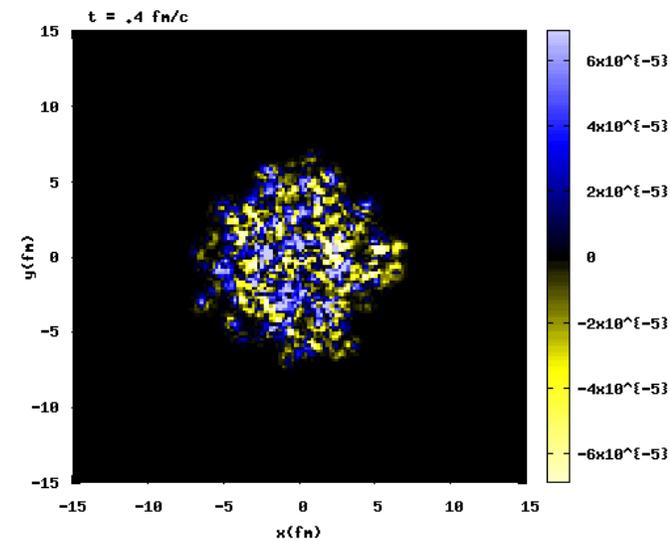
バリオン密度



電荷密度



ストレンジネス密度



3. バリオン接合と中性子スキン

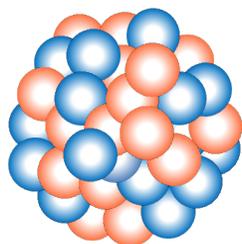
G. Pihan, AM, B. Schenke, C. Shen, arXiv:2405.19439 [nucl-th] (to appear in PRL)

はじめに

■ 同重体衝突 (Isobar collisions)

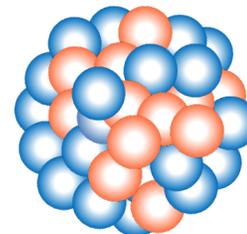
核子数(A)が同じで陽子数(Z)が異なる原子核を用いた衝突

${}^{96}_{44}\text{Ru}$ (ルテニウム)



陽子数が多め $\frac{Z_{\text{Ru}}}{A} = \frac{44}{96} \sim 0.458$

${}^{96}_{40}\text{Zr}$ (ジルコニウム)



中性子数が多め $\frac{Z_{\text{Zr}}}{A} = \frac{40}{96} \sim 0.417$

カイラル磁気効果の検証の他に核構造やバリオン接合の理解に応用できる

はじめに

■ バリオン数はどこにあるか？

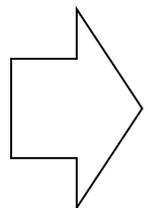
- 衝突前は(最も単純には)

$$y_p = y(E = \sqrt{s_{NN}}/2)$$

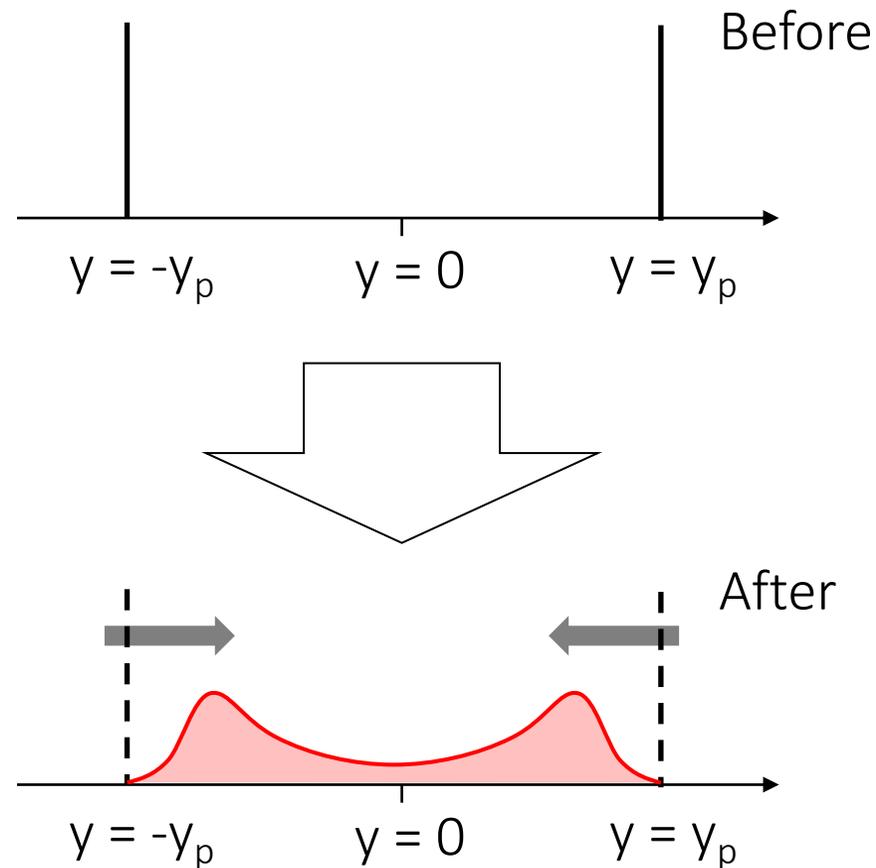
にピークがあるはず

*実際は複合粒子なのでぼやけている

- 運動量の交換があれば平均ラピディティ $\langle y \rangle$ は小さくなる



バリオンストップピング
(baryon stopping)

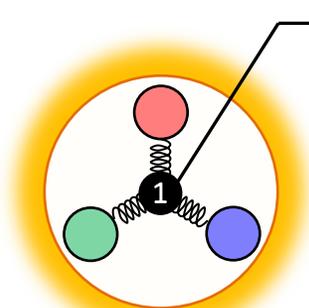
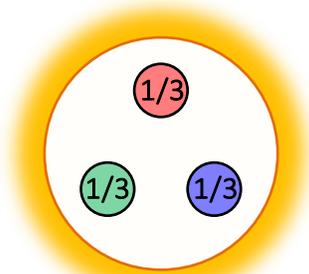


ストップピング

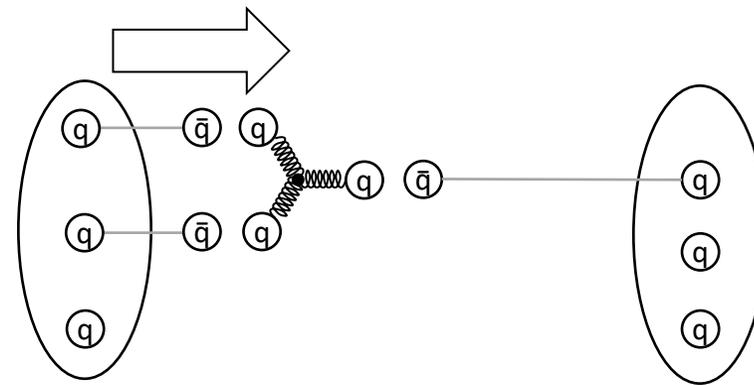
D. Kharzeev, Phys. Lett. B 378, 238 (1996)
T. T. Takahashi et al., Phys. Rev. Lett. 86, 18 (2001)

■ バリオン接合 (Baryon junction)

バリオン数は価クォークではなく**バリオン接合**によって運ばれている可能性（電荷は運ばない）



バリオン接合
($B=1, Q=0$)

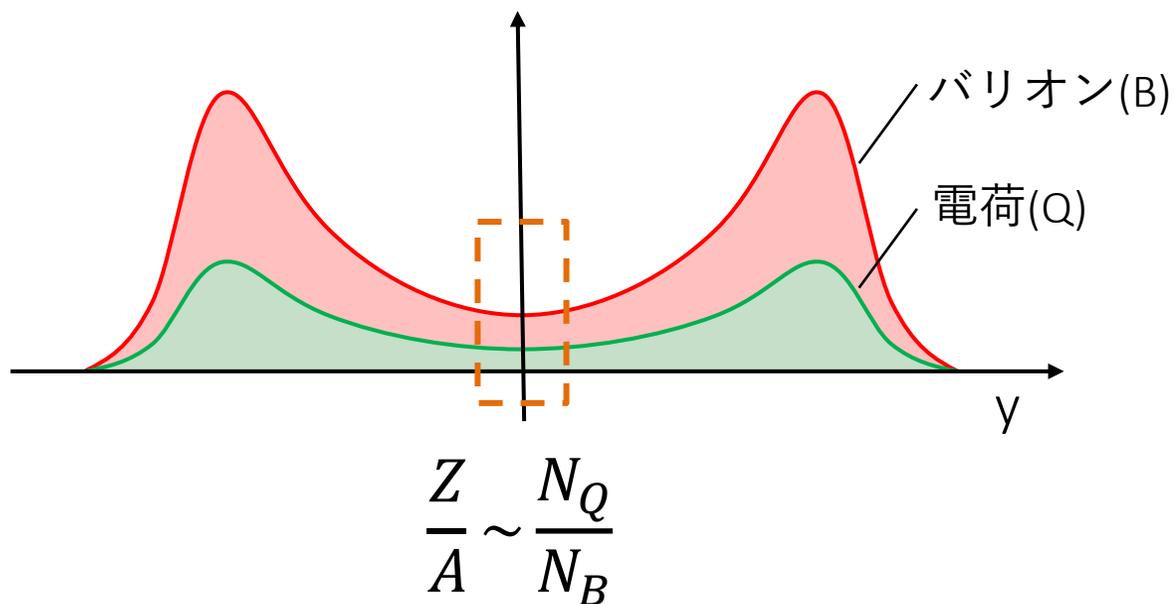


この場合**バリオン数**のストップピングと**電荷**のストップピングは機構が異なる

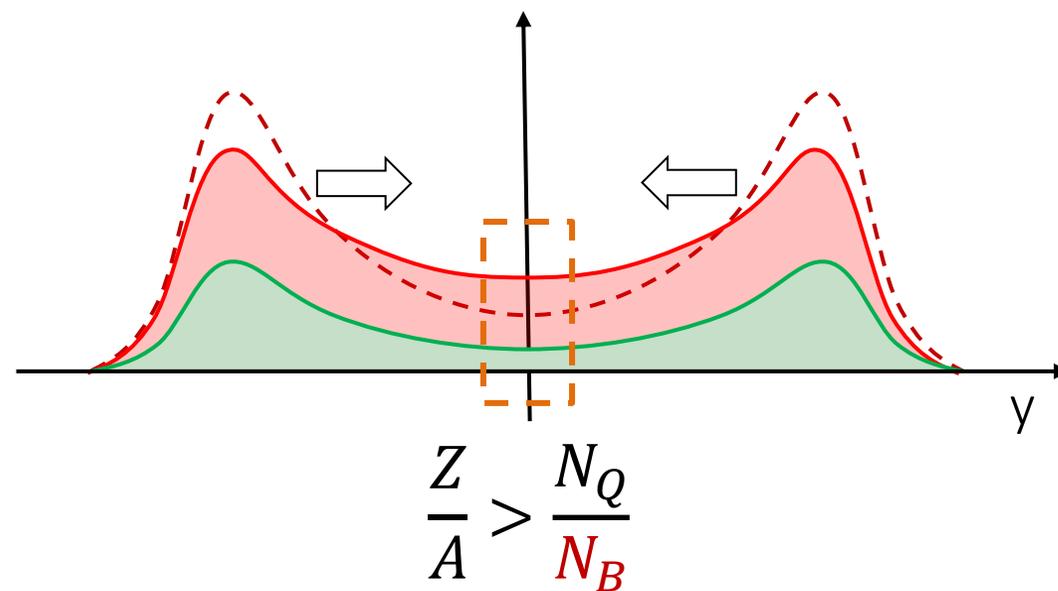
ストップピング

■ 中央ラピディティ ($y=0$) 付近の収量

バリオン接合なし



バリオン接合あり



バリオン接合があると電荷/バリオン数の比が小さくなる

ストップピング

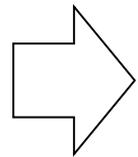
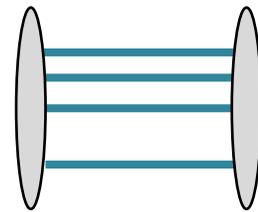
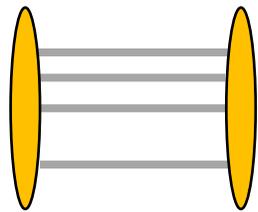
C. Shen and B. Schenke, Phys. Rev. C 105, 064905 (2022)
 G. Pihan, AM, B. Schenke, C. Shen, arXiv:2405.19439 [nucl-th]

■ 理論モデル

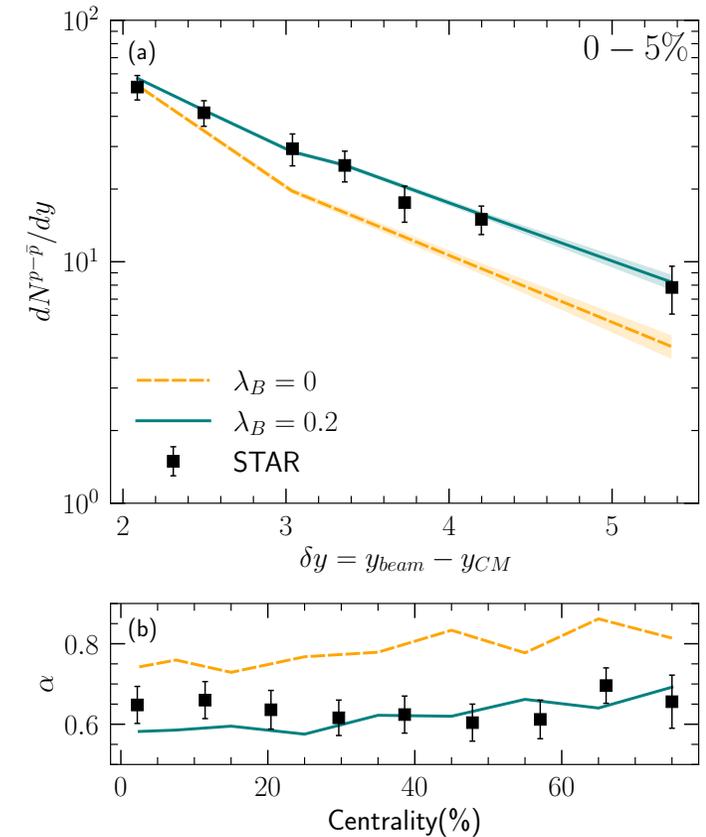
$$P(y_{P/T}^B) = \underbrace{(1 - \lambda_B)}_{\text{ストリングの端にバリオン数が残る確率}} y_{P/T} + \lambda_B \underbrace{\frac{e^{[y^B - (y_P + y_T)/2]}/2}}_{\text{ストリングにバリオン数が雪崩れ込む確率}} \frac{1}{4 \sinh[(y_P - y_T)/4]}$$

ストリングの端に
バリオン数が残る確率

ストリングにバリオン数
が雪崩れ込む確率



ネット陽子数のラピディティ分布の
実験データは $\lambda_B = 0.2$ を支持



電荷のデータはないが同様のモデルを考え $\lambda_Q = 0$ と $\lambda_Q = 0.2$ (Bと同じ) を検証

ストップング

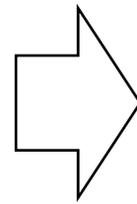
Nicole Lewis et al., Eur. Phys. J. C 84, 590 (2024)

■ 物理量 ($y = 0$ 付近を考える)

$$r = \frac{\overset{\text{(観測量)}}{N_B^{\text{Ru}} + N_B^{\text{Zr}}}}{2(N_Q^{\text{Ru}} - N_Q^{\text{Zr}})} \times \frac{\overset{\text{(既知)}}{Z_{\text{Ru}} - Z_{\text{Zr}}}}{A}$$

$\sim \frac{N_B}{N_Q^{\text{Ru}} - N_Q^{\text{Zr}}}$

$Z_{\text{Ru}} = 44, Z_{\text{Zr}} = 40, A = 96$



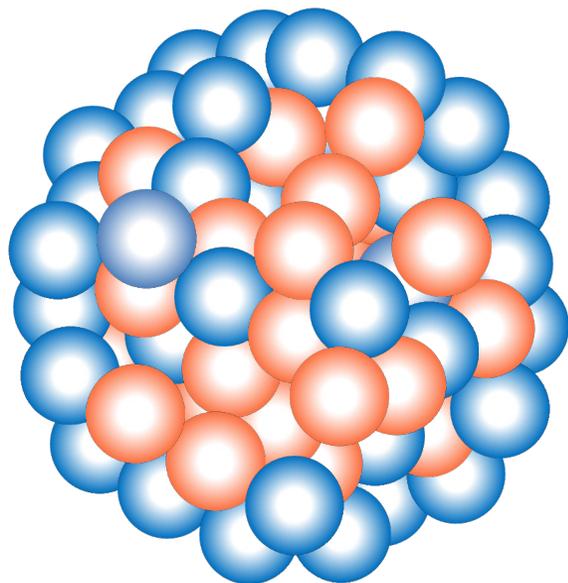
バリオン数(B)と電荷(Q)が
同じように輸送 ($\lambda_B = \lambda_Q = 0.2$)
されれば $r = 1$

もしバリオン接合があれば ($\lambda_B \neq \lambda_Q = 0$)

$N_Q^{\text{Ru}} - N_Q^{\text{Zr}}$ は N_B に対して小さくなる $\Rightarrow r > 1$ となるはず

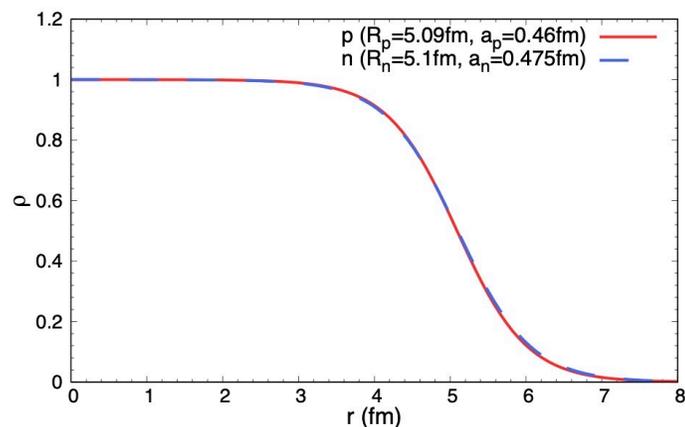
核構造の影響

■ 中性子スキン (Neutron skin)

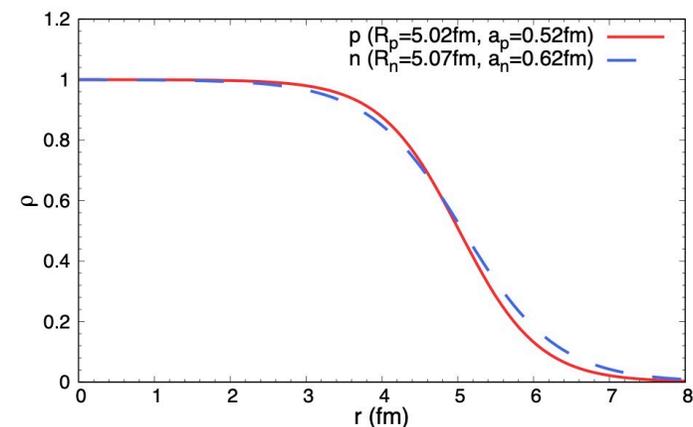


原子核によっては中性子が表面付近に局在している

Woods-Saxonポテンシャル



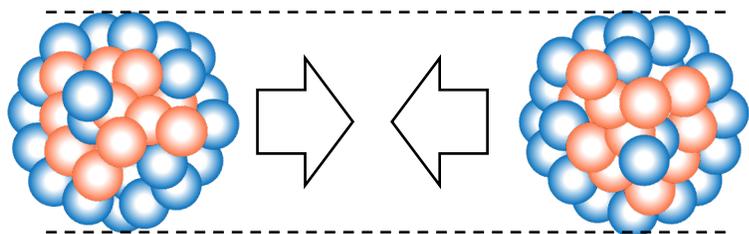
Ru: 中性子スキンなし



Zr: 中性子スキンあり

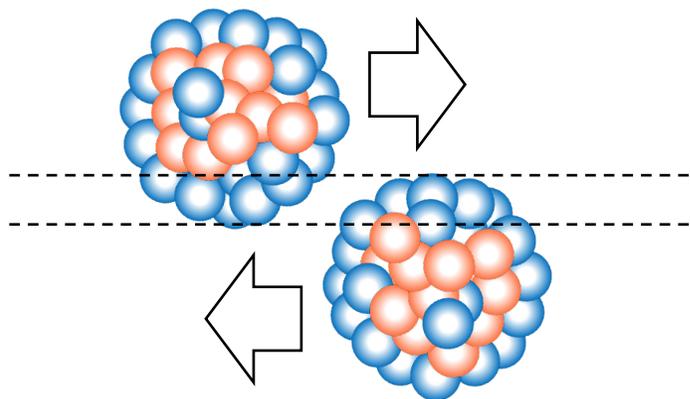
中性子スキン

■ 衝突中心度(Centrality)依存性



中心衝突では全ての核子が参加するため影響が小さい

$$\frac{Z}{A} \sim \frac{N_Q}{N_B}$$



周辺衝突では中性子同士の衝突が多くなり影響が大きい

$$\frac{Z}{A} > \frac{N_Q}{N_B}$$

中性子スキン

Nicole Lewis et al., Eur. Phys. J. C 84, 590 (2024)

■ 物理量への影響

$$r = \frac{\overset{\text{(観測量)}}{N_B^{\text{Ru}} + N_B^{\text{Zr}}}}{2(N_Q^{\text{Ru}} - N_Q^{\text{Zr}})} \times \frac{\overset{\text{(既知)}}{Z_{\text{Ru}} - Z_{\text{Zr}}}}{A}$$

$\sim \frac{N_B}{N_Q^{\text{Ru}} - N_Q^{\text{Zr}}}$ $Z_{\text{Ru}} = 44, Z_{\text{Zr}} = 40, A = 96$

⇒ バリオン接合がなく中性子スキンもなければ $r = 1$

もし中性子スキンがあれば

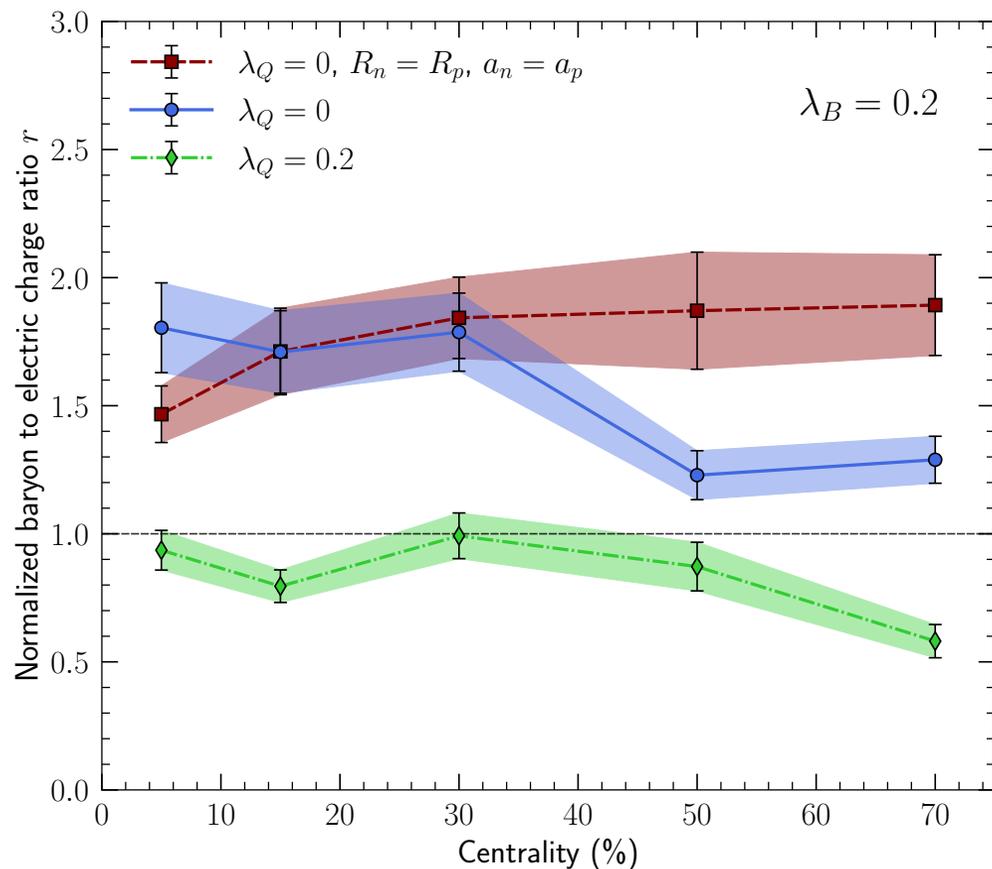
N_Q^{Zr} が小さくなり $N_Q^{\text{Ru}} - N_Q^{\text{Zr}}$ は増加

⇒ 周辺衝突で r は小さくなる

数値計算結果

G. Pihan, AM, B. Schenke, C. Shen, arXiv:2405.19439 [nucl-th]

■ (3+1)次元粘性流体モデル + 4次元状態方程式による評価



バリオン接合あり, 中性子スキンなし
常に $r > 1$ となっている

バリオン接合あり, 中性子スキンあり
 $r > 1$ で衝突中心度が大きくなると下がる

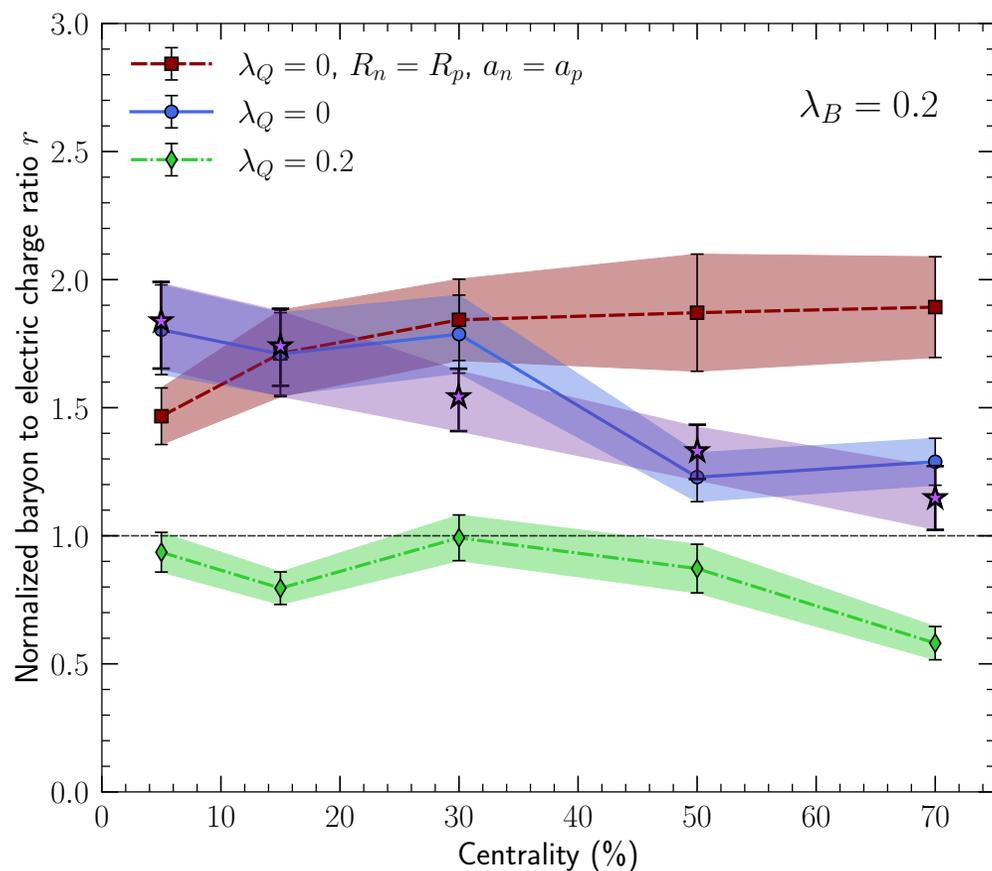
バリオン接合なし, 中性子スキンあり
 $r \sim 1$ で衝突中心度が大きくなると下がる

原子核

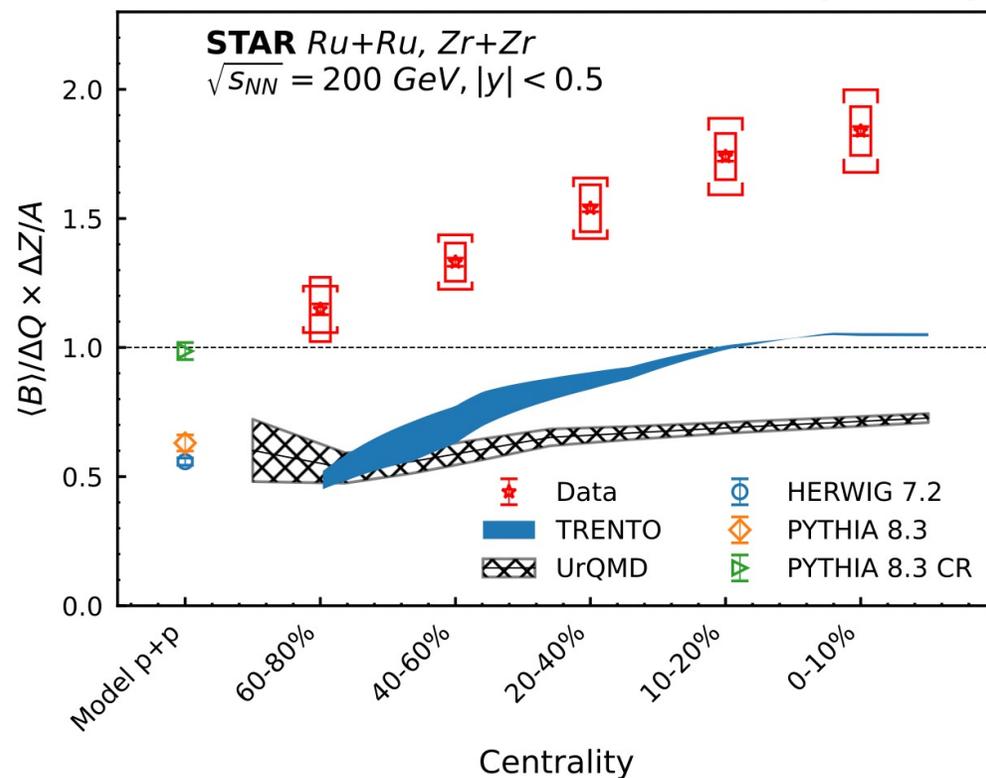
G. Pihan, AM, B. Schenke, C. Shen, arXiv:2405.19439 [nucl-th]

■ 実験データとの比較

バリオン接合あり, 中性子スキンあり
 $r > 1$ で衝突中心度が大きくなると下がる



STAR, arXiv:2408.15441 [nucl-th]

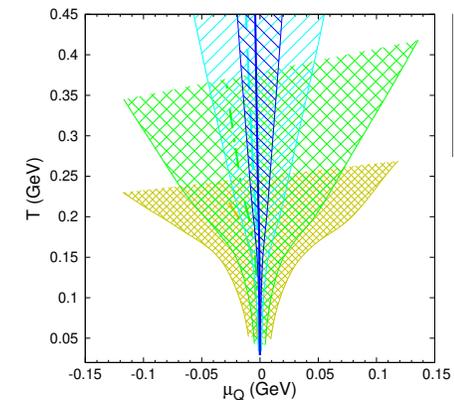
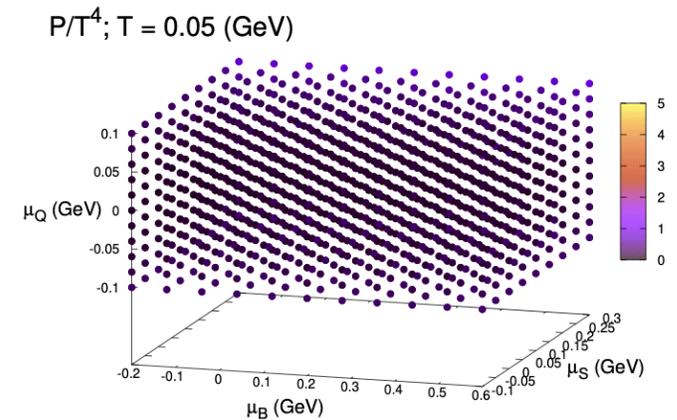


まとめと展望

まとめと展望

- バリオン(B), 電荷(Q), ストレンジネス(S)の有限密度領域でクロスオーバー型の4次元状態方程式(NEOS-4D)を構築した

- ▶ 格子QCDのテイラー展開法(4次の感受率まで)とハドロン共鳴ガス模型の結果を用いた
- ▶ 陽子と中性子を区別可能; $T-\mu_B-\mu_Q-\mu_S$ 空間のより広い領域が探索される
- ▶ 流体モデルへの効率的な実装のため新たな変数 $\tilde{T}, \tilde{\mu}_B, \tilde{\mu}_Q, \tilde{\mu}_S$ を導入した手法を開発した

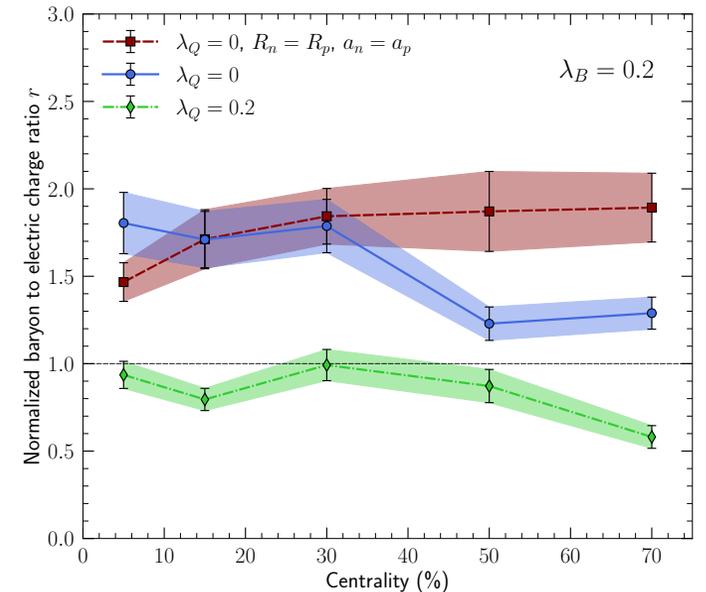


まとめと展望

- 同重体衝突(Ru-Ru, Zr-Zr)において**バリオン接合**や**中性子スキン**の影響を評価した

- ▶ バリオン接合がある場合、バリオン数と電荷とストッピングが異なるため $r > 1$
- ▶ 中性子スキンがある場合、**衝突中心度が大きいときが r が小さくなる**
- ▶ 流体モデルによって評価した; 実験データはバリオン接合 + 中性子スキンを支持

$$r = \frac{N_B^{\text{Ru}} + N_B^{\text{Zr}}}{2(N_Q^{\text{Ru}} - N_Q^{\text{Zr}})} \times \frac{Z_{\text{Ru}} - Z_{\text{Zr}}}{A}$$



まとめと展望

- 本研究で得られた有限密度状態方程式(NEOS-4D)は一般公開中

<https://sites.google.com/view/qcdneos4d/home>

