

理論全般

QCD臨界点研究を中心に

北沢正清
(京大基研)

Post QM 2025, 2025/5/2, 名古屋大学

Disclaimer

- ❑ 水曜朝8:00頃にフランクフルト空港到着
- ❑ QM会場到着は9:40頃
- ❑ それ以降のトークしか聞いていません
- ❑ 理論発表者不足による、緊急登板です

- ❑ パラレルセッションは、“QCD Phase Diagram”に張り付いていました。
- ❑ 理論研究の幅広いレビューはできません

本日の話題

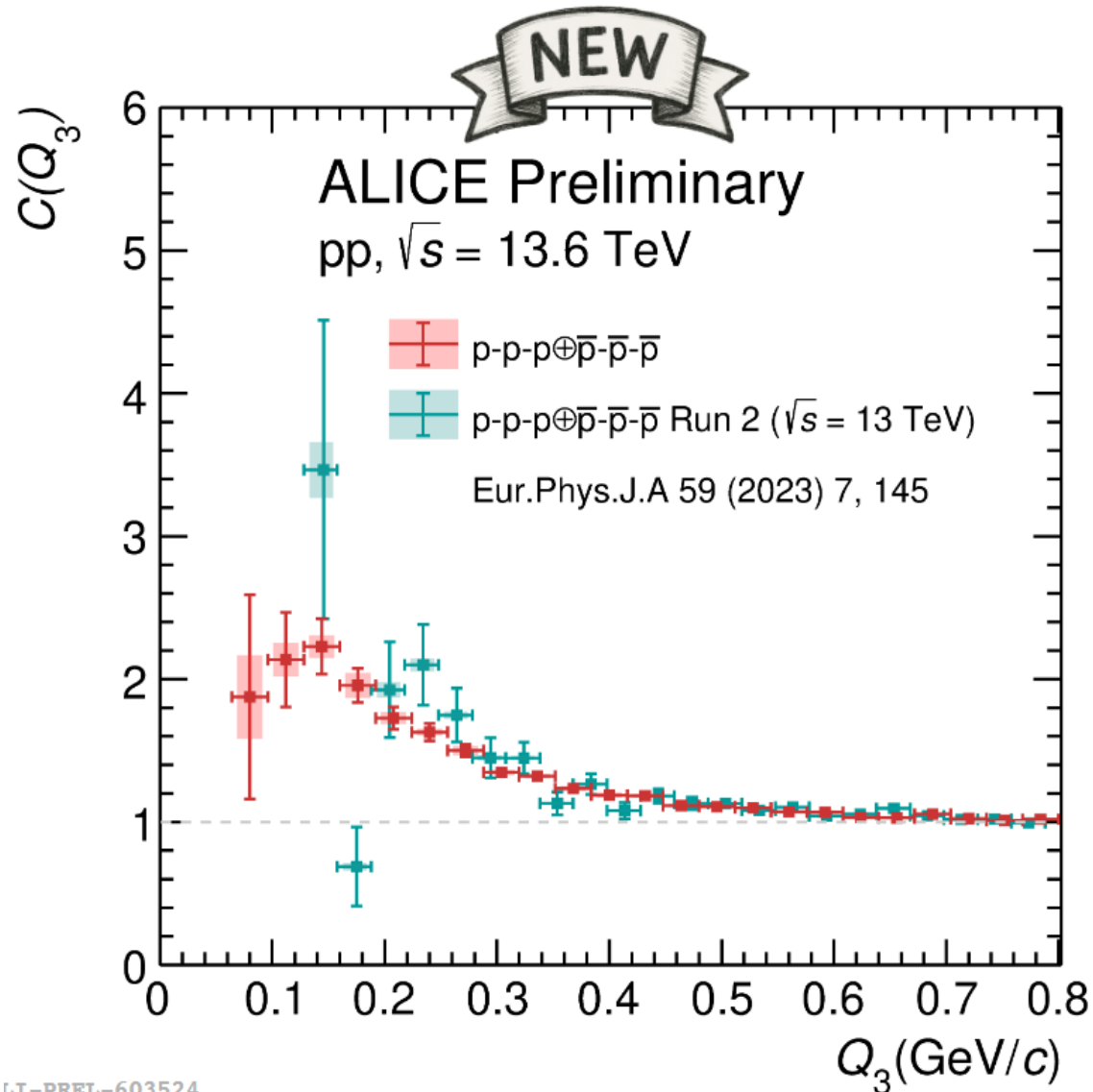
□ 3体相関inフェムトスコピー

□ QCD臨界点

- BESスピン偏極のデータが更新されるという噂は??

3 体相関

L. Šerkšnytė, Tue

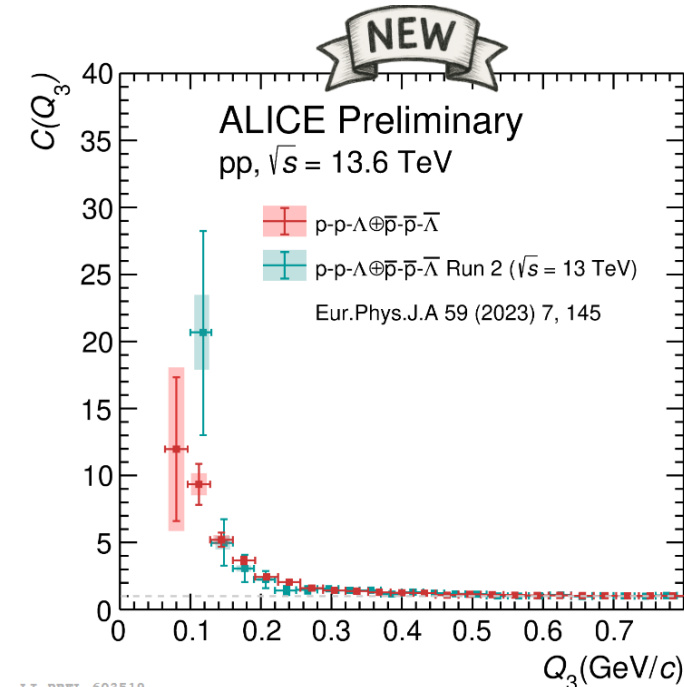


LI-PREL-603524

- Experimental definition

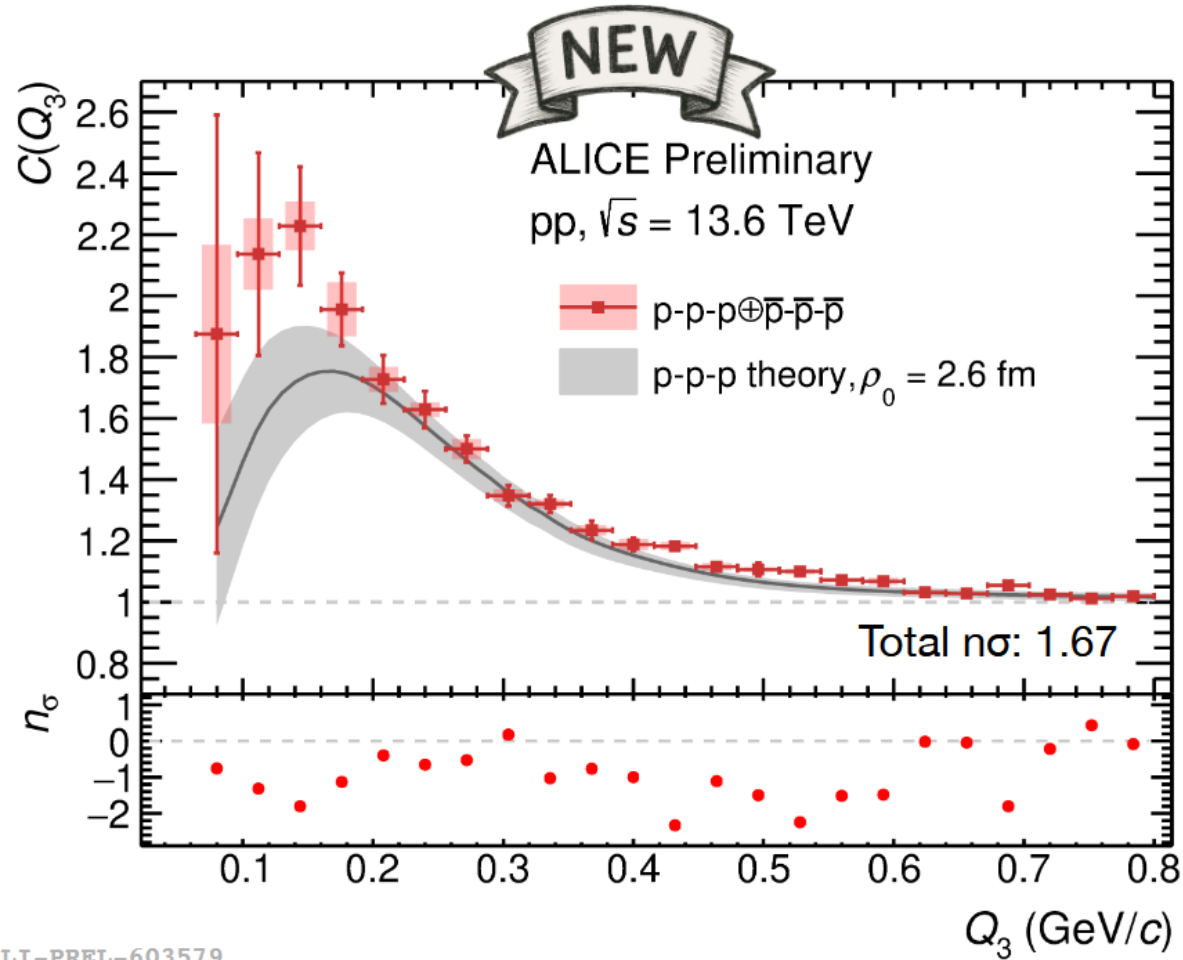
$$C(Q_3) = \mathcal{N} \frac{N_{\text{same}}(Q_3)}{N_{\text{mixed}}(Q_3)}$$

$$Q_3 = \sqrt{-q_{ij}^2 - q_{jk}^2 - q_{ki}^2}$$



LI-PREL-603519

3体相関



T.T-PRET-603579

- Three-particle correlation function
- Two-body interactions
- Three-body interaction

$$C(Q_3) = \int \underbrace{\rho^5 d\rho d\Omega_\rho}_{\text{hyperradius}} \underbrace{S(\rho, \rho_0)}_{\text{three-particle wave function}} \left| \Psi(\rho, Q_3) \right|^2$$

- 3体相関の測定成功は興味深い。
- 3体の位置関係を Q_3 一変数に押し付けている。現状は2体力との整合性調査？
- 3体力の抽出は可能か？
- 中性子星EOSの理解へ！

QCD臨界点位置決定に向けた理論研究

□ 有効モデルによる解析

□ FRG, DSE, ... → Rennecke, Plenary

□ 格子QCD + Lee-Yangエッジ特異性

Clarke+, 2405.10196

$$(T_c, \mu_c) = (105_{-18}^{+8}, 422_{-35}^{+80}) \text{ MeV}$$

□ 実験データ + 有限サイズスケーリング

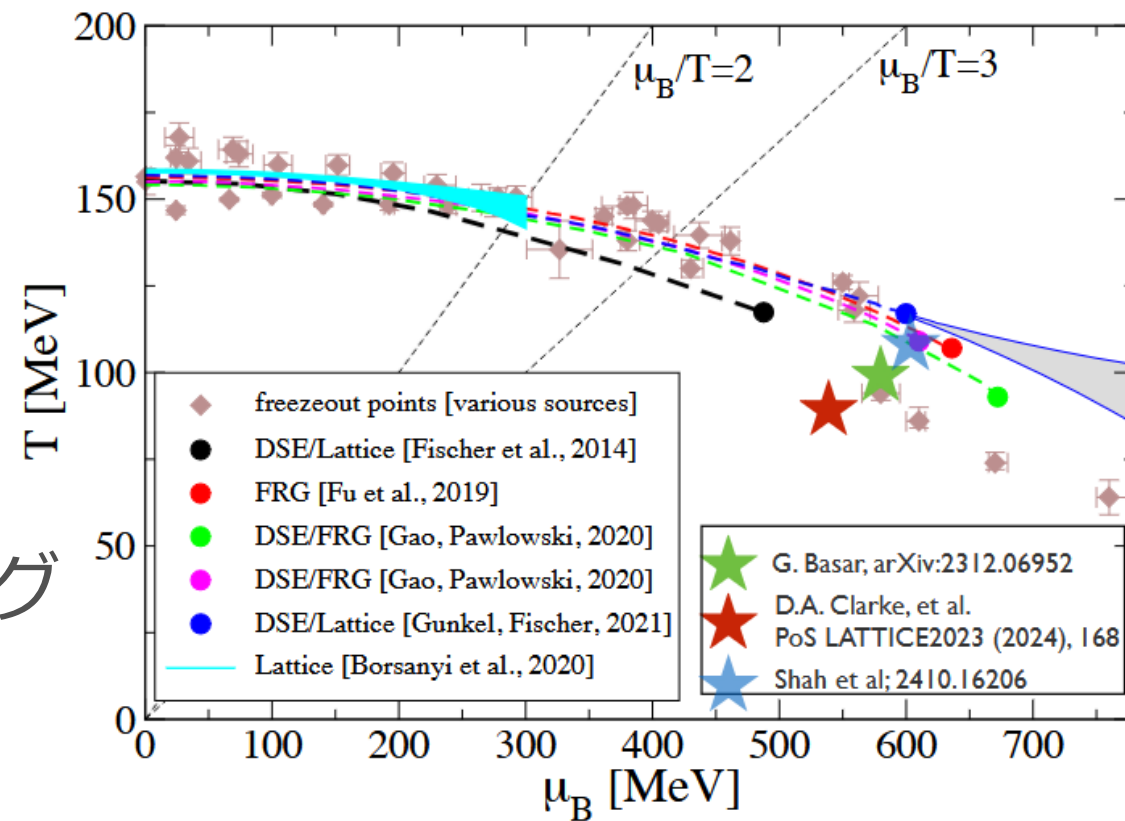
Sorensen, Sorensen, 2405.10278

$$(T_c, \mu_c) \simeq (140, 625) \text{ MeV}$$

□ 格子QCD + エントロピー曲線

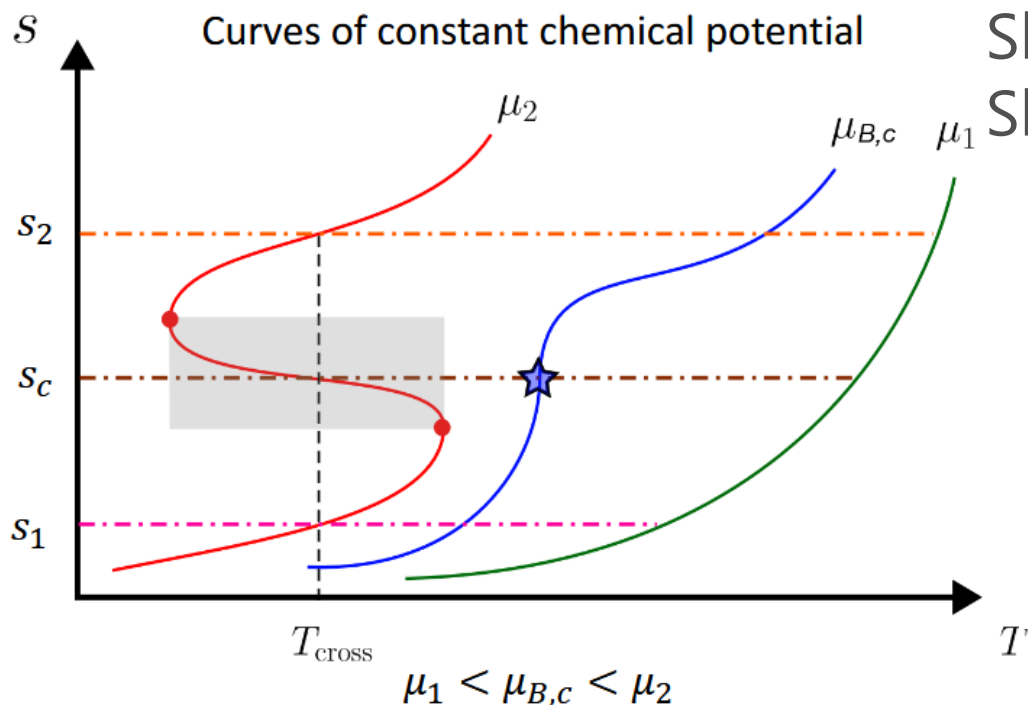
Shah+, 2410.16206

$$(T_c, \mu_c) = (114(7), 602(62)) \text{ MeV}$$



Fischer, Thu.
Rennecke, Plenary

格子データ+エントロピー



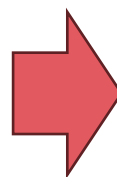
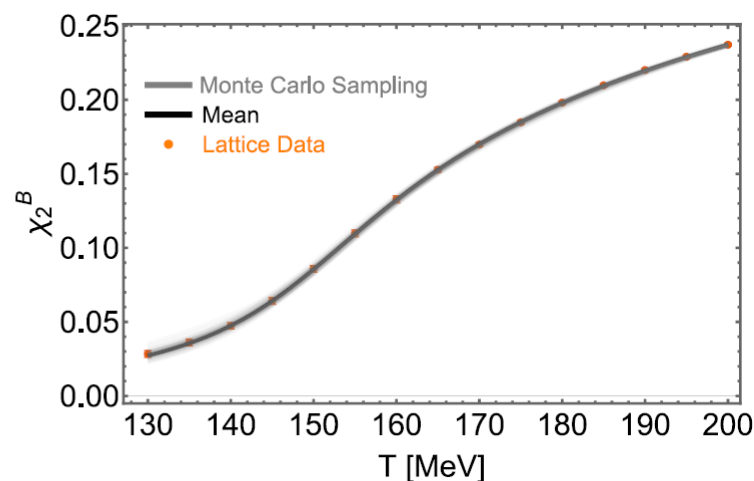
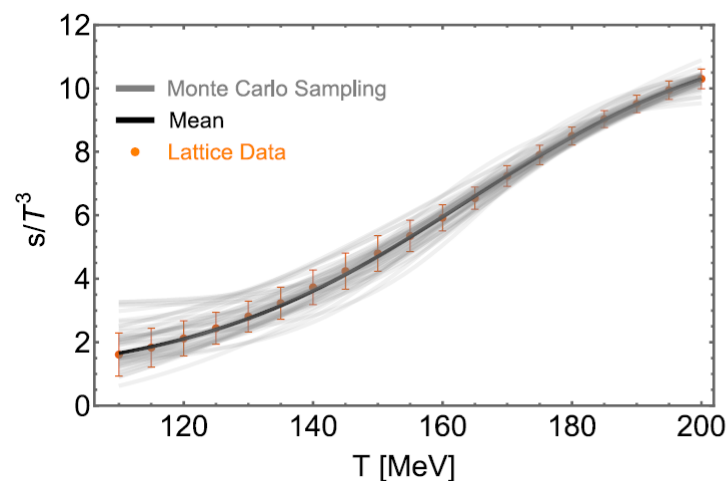
Shah, Wed.

Shah, Hippert, Noronha, Ratti, Vovchenko, 2410.16206

定エントロピーの温度

$$T_s(T_0; \mu_B) = T_0 + \frac{\alpha_2(T_0) \mu_B^2}{2!}$$

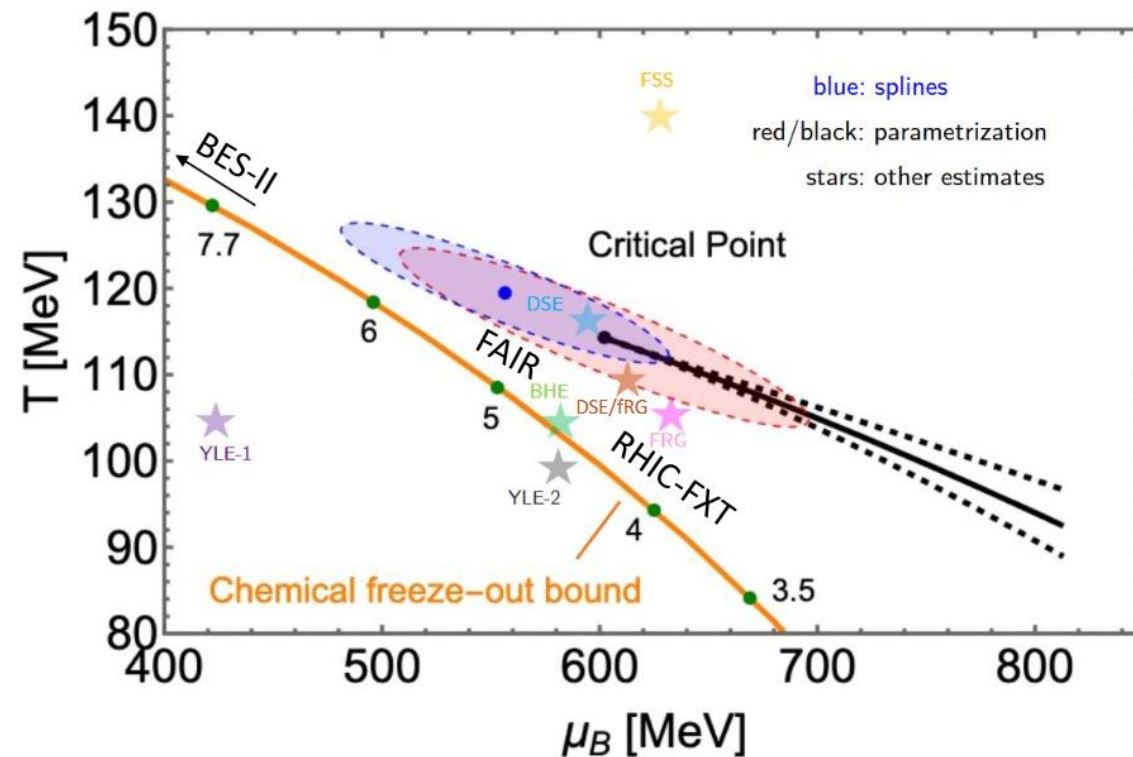
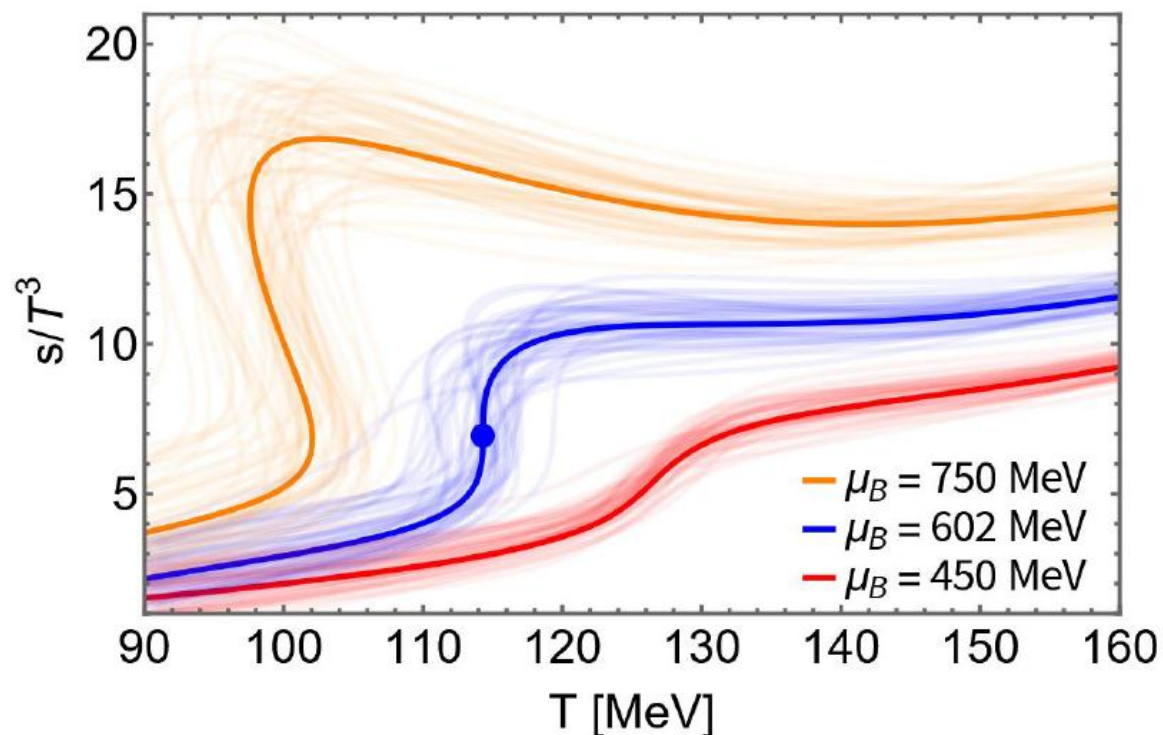
$$\alpha_2(T_0) = \left(\frac{\partial^2 T}{\partial \mu_B^2} \right)_S \Big|_{T=T_0, \mu_B=0} = - \frac{2T_0 \chi_2^B(T_0) + T_0^2 \chi_2^{B'}(T_0)}{s'(T_0)} \Big|_{\mu_B=0}$$



格子QCDデータを使い、
テイラー展開の二次で評価

なぜエントロピー？
圧力でいいのでは？

臨界点の位置推定



批判 1 : 展開打ち切りのartifact

Marczenko, Szymanski and Kovacs, 2504.04446

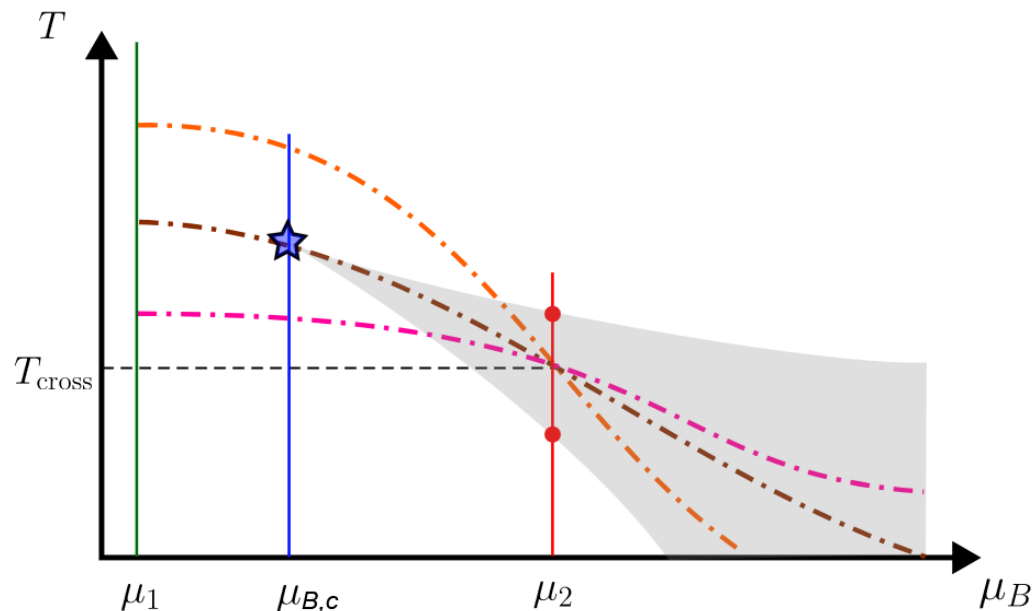
批判 2 : 有限体積系では、不連続性は現れない

認めたくないもの
だな、若さゆえの
過ちというものを



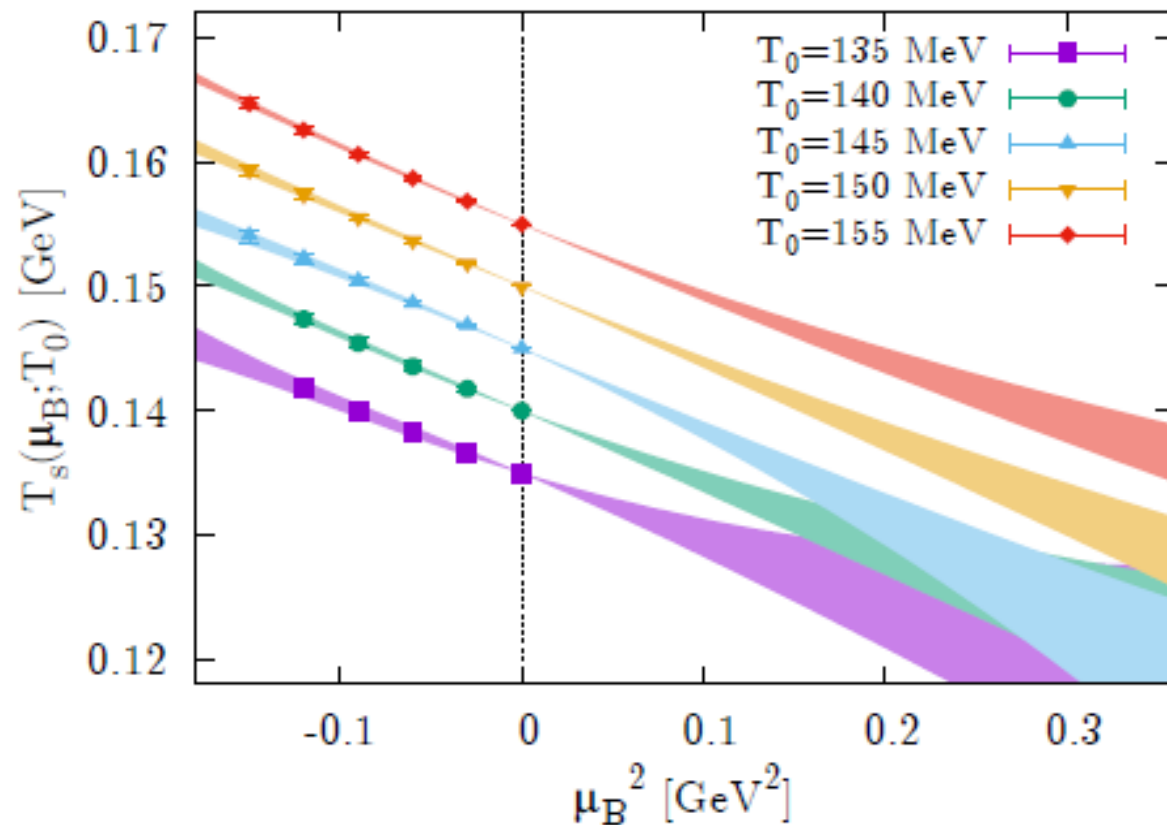
臨界点範囲推定への活用

Guenther, Thu.
Borsanyi+, 2502.10267



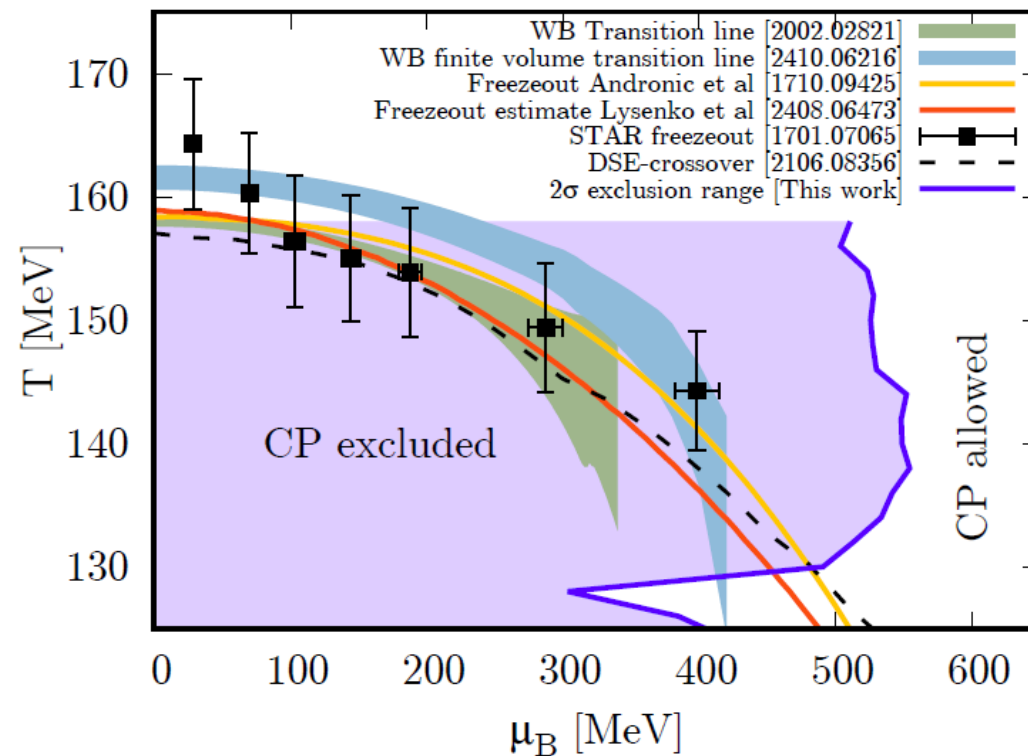
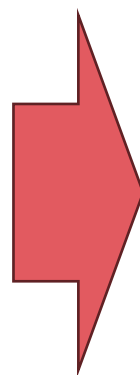
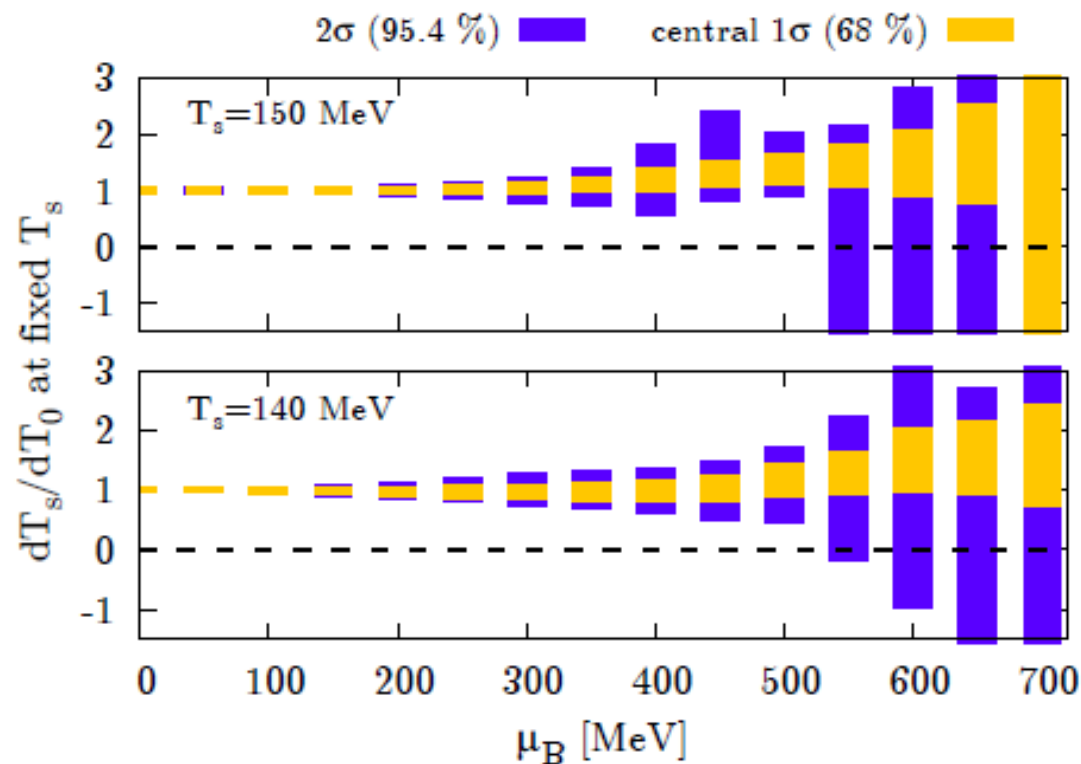
一次相転移→
等エントロピー線が交差するはず

等エントロピー曲線 by 格子計算



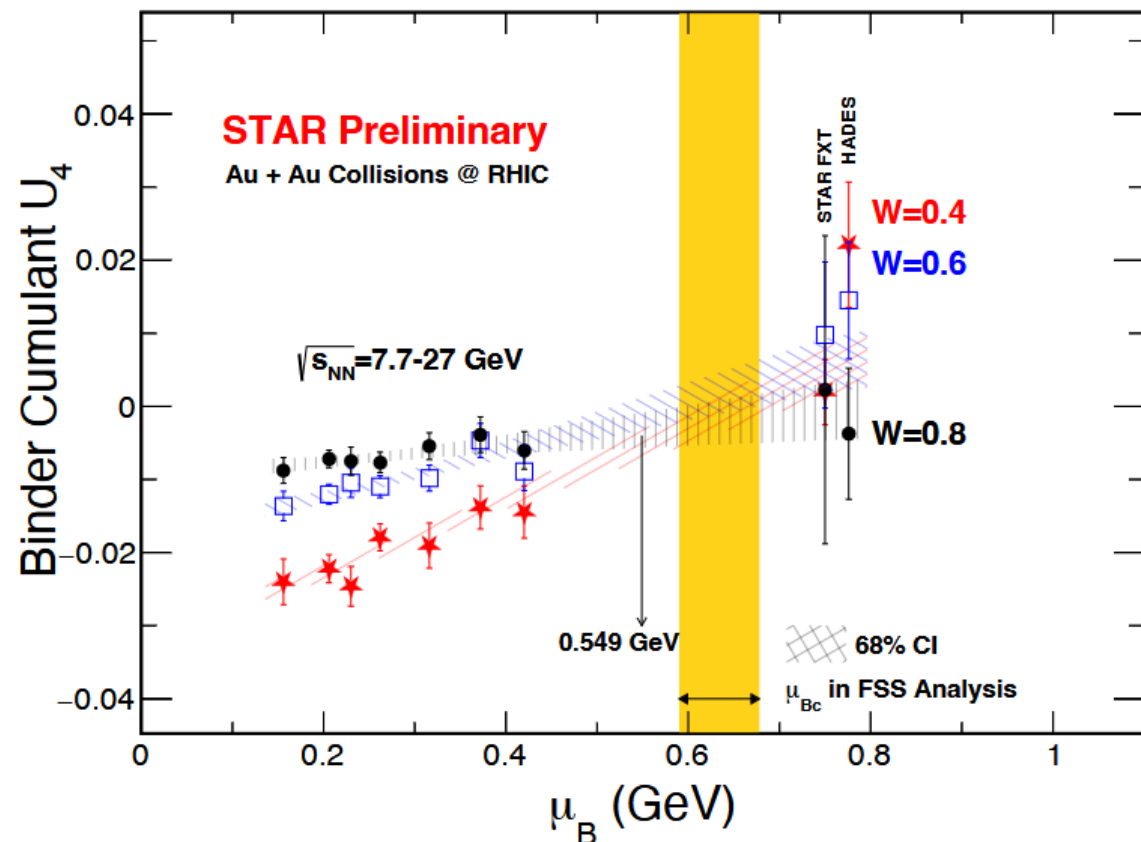
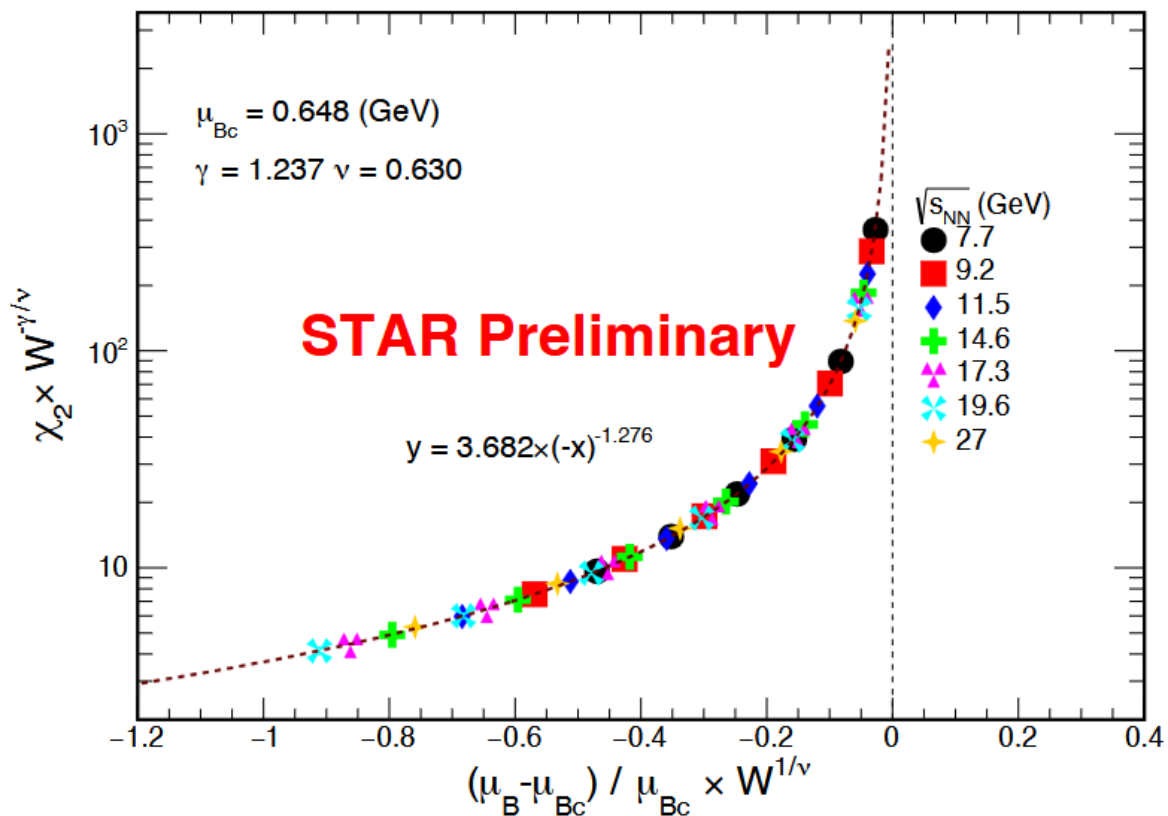
臨界点の除外

Guenther, Thu.
Borsanyi+, 2502.10267



- $dT_s/dT_0 > 0$ の範囲には臨界点は存在しない
- 臨界点のない領域を決められる

実験データ + 有限サイズスケーリング



Huang, Wed.

Sorensen, Sorensen, 2405.10278

有限サイズスケーリングとは

臨界点付近で自由エネルギーが満たす関係式

$$F_{\text{sing}}(t, h, L^{-1}) = \tilde{F}_{\text{sing}}(L^{y_t} t, L^{y_h} h)$$

➡ $L^{-2y_h} \chi_2(t, 0, L^{-1}) = \tilde{\chi}_2(L^{y_t} t, 0)$

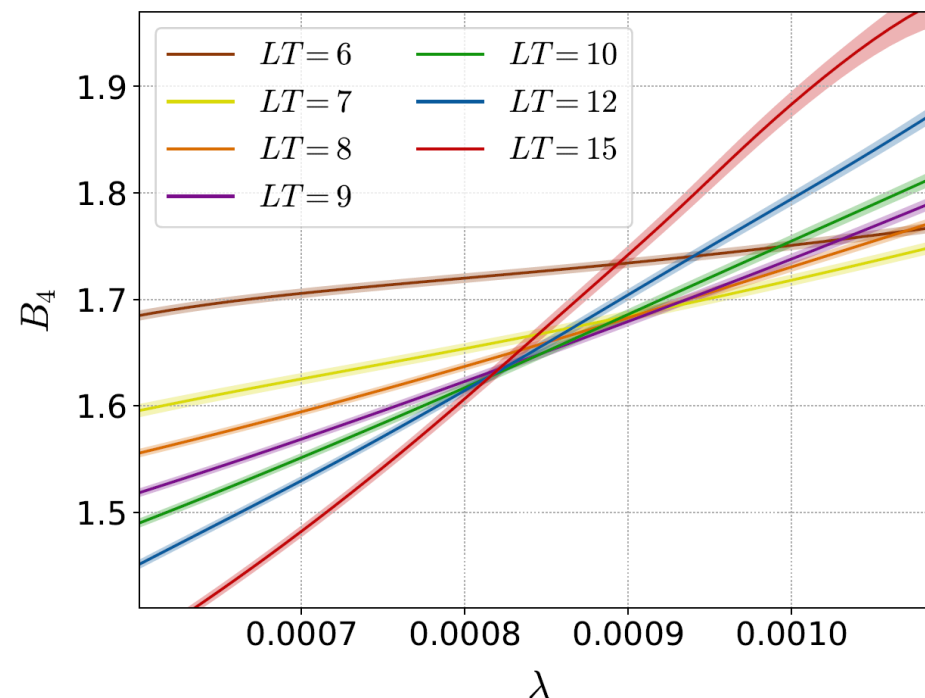
➡ ビンダーキュムラント $B_4 = \frac{\chi_4}{\chi_2^2} + 3$

B4解析の例➡

for重クォーク臨界点
Ashikawa+ ('24)

y_t, y_h は普遍類で決まる
普遍的な値→臨界指数

QCD臨界点はZ(2)普遍類
(3次元イジング)

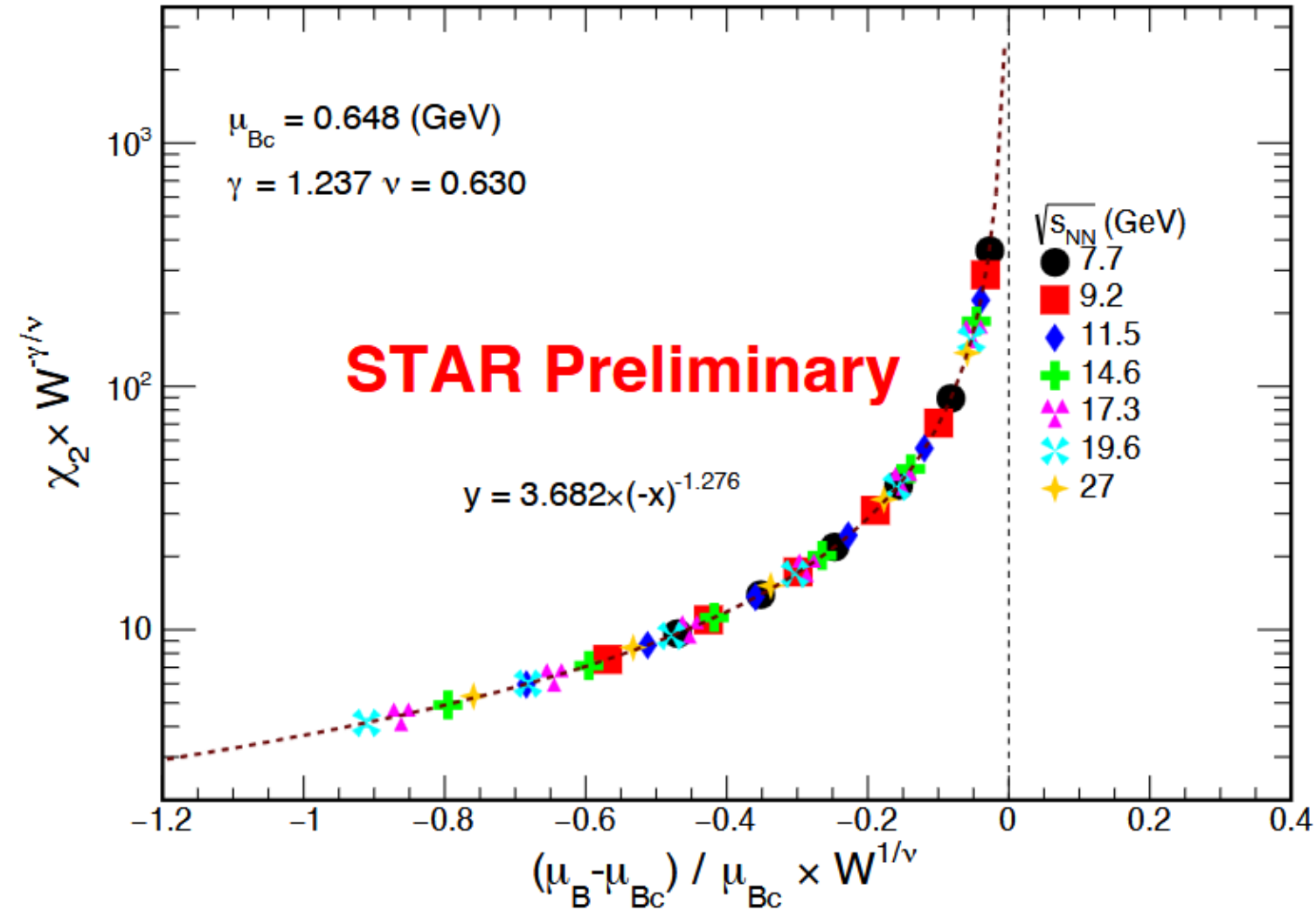


感受率のスケーリング

Huang, Wed.

Sorensen, Sorensen, 2405.10278

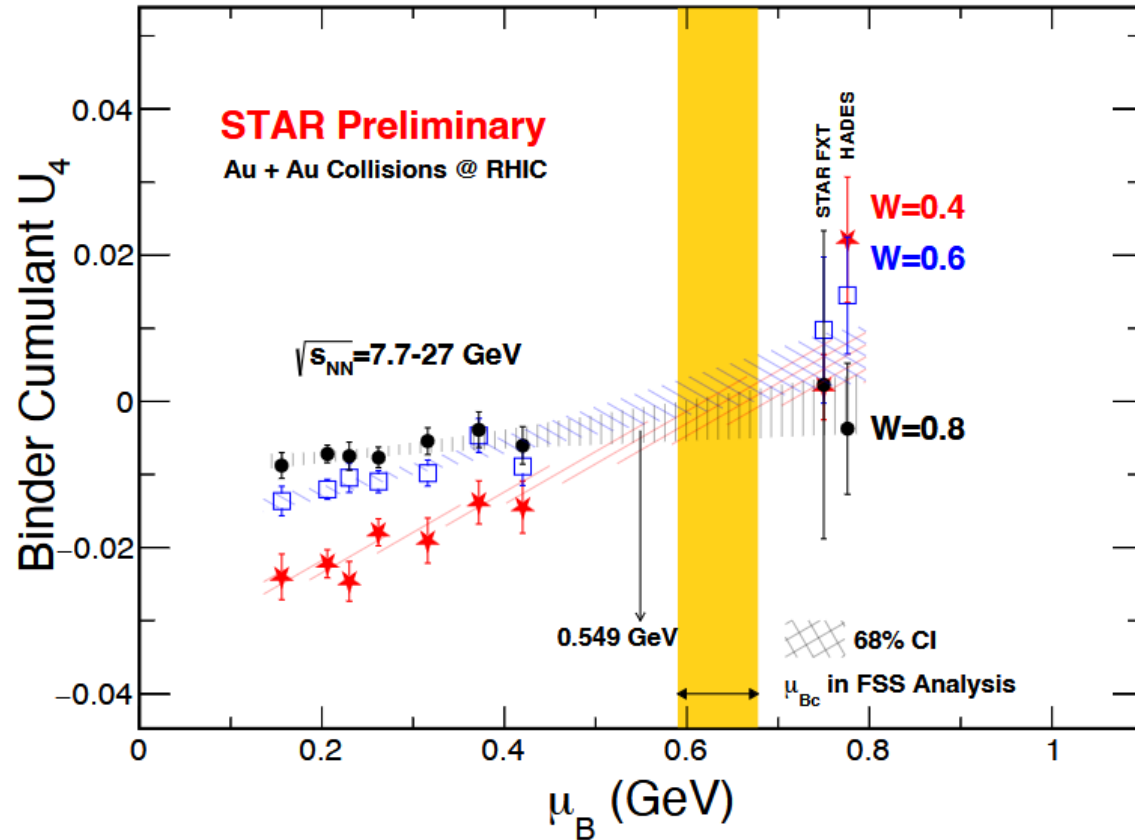
$$L^{-2y_h} \chi_2(t, 0, L^{-1}) = \tilde{\chi}_2(L^{y_t} t, 0)$$



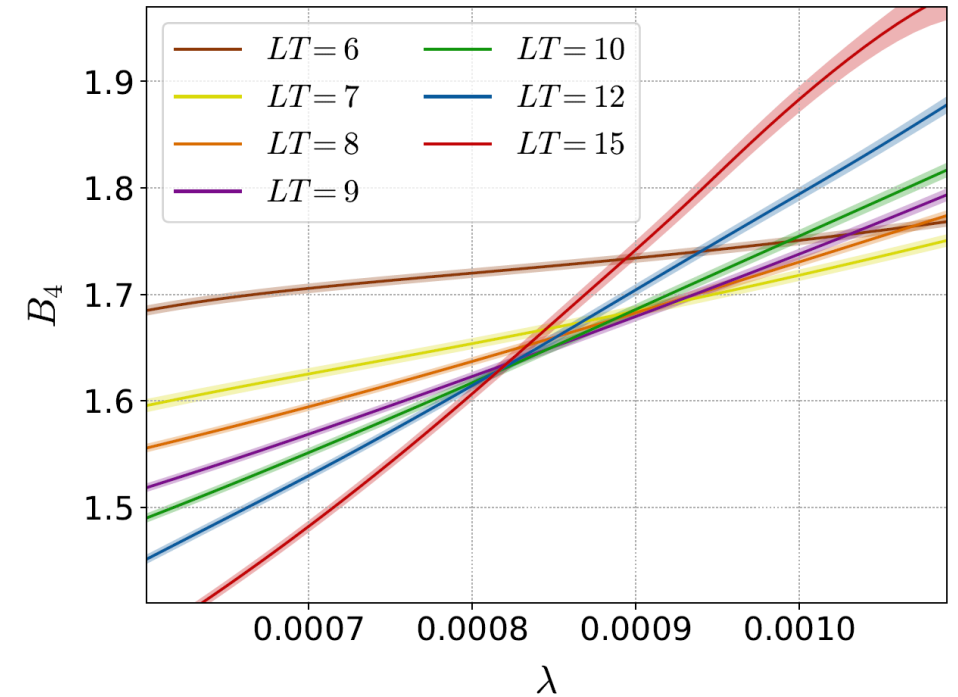
$$W = \Delta y$$

ビンダーキュムラント

$$B_4 = \frac{\chi_4}{\chi_2^2} + 3$$



$$U_4 = -3 \frac{\chi_4}{\chi_2^2}$$



- Z2普遍類では、交差点で $U_4=0.465$
- あまりに広い臨界領域

リーマンエッジ特異点

Adam, Wed.; Schmidt, poster

arXiv:2405.10196v1 [hep-lat] 16 May 2024

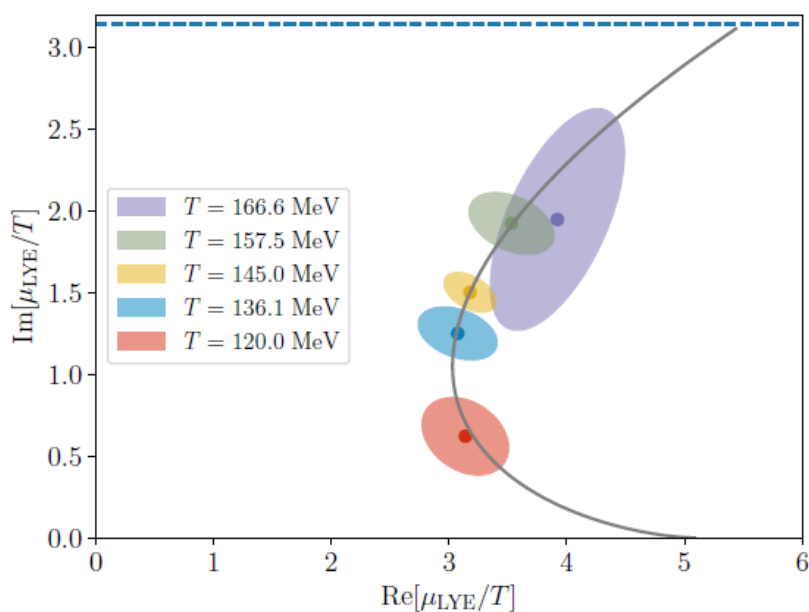


FIG. 3. Singularities at $T = 166.6, 157.5, 145.0, 136.1$ and 120.0 MeV. The dashed line lies at $\hat{\mu}_B = i\pi$.

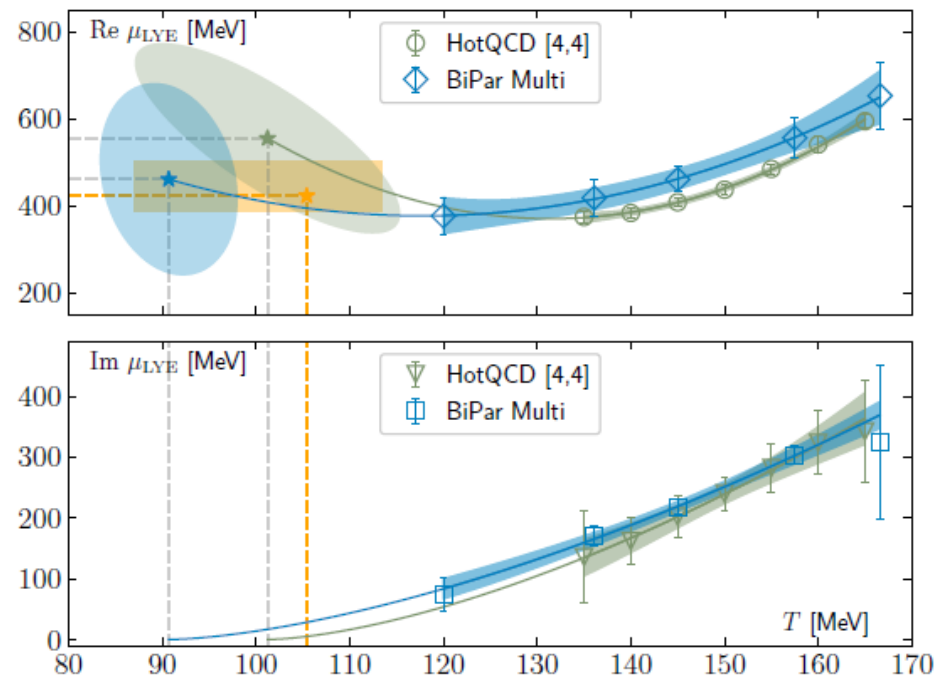
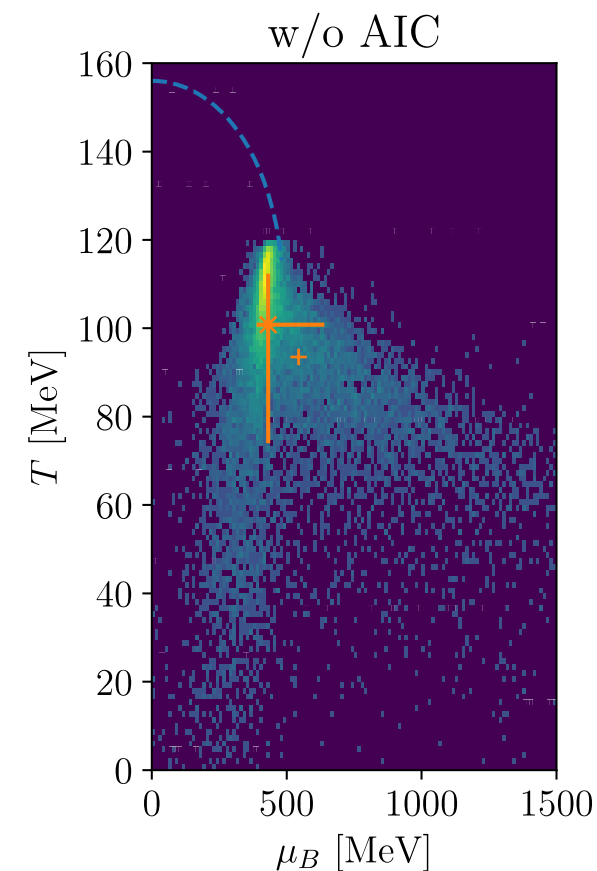


FIG. 4. Scaling fits for the LYE singularities related to the CEP. Green data come from a [4,4] Padé from Ref. [7]. Blue data come from the multi-point Padé. *Top*: Scaling of the real part. *Bottom*: Scaling of the imaginary part. The ellipses shown in the top panel represent the 68% confidence region deduced from the covariance matrix of the fit. The orange box indicates the AIC weighted estimate (6).

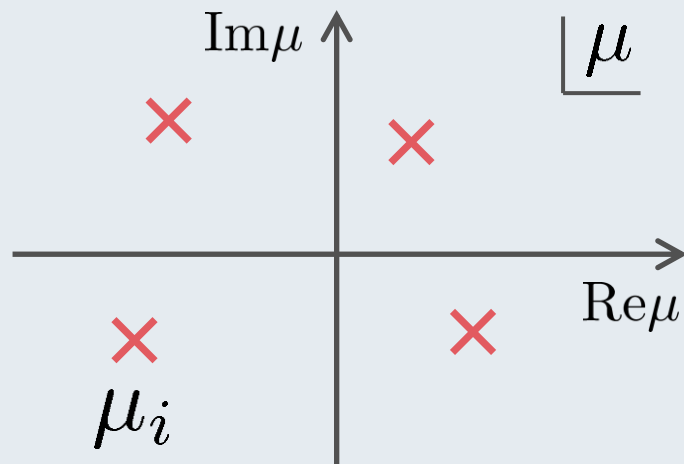


リーヤンゼロとは

Partition Function $Z(T, \mu)$

Finite $V \rightarrow$ Polynomial of μ (or T)

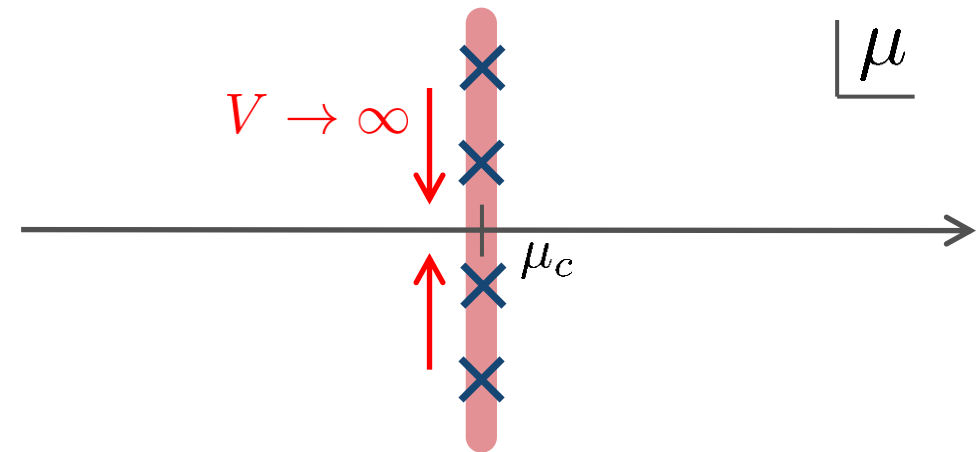
$$Z(T, \mu) = \prod_i (\mu - \mu_i)$$



$\rightarrow$ zeros on the complex plane
= **Lee-Yang Zeros**

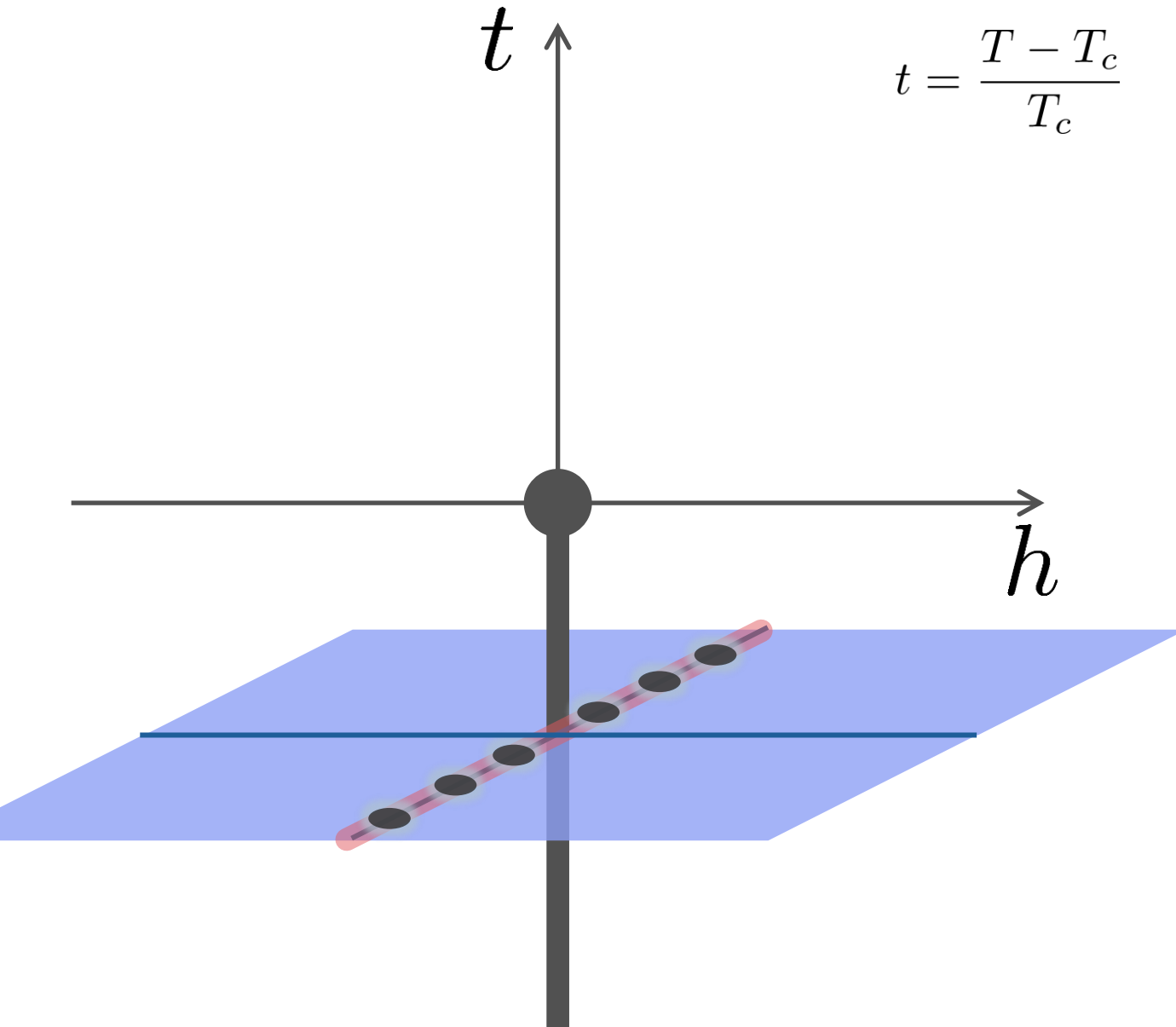
Phase Transition & LYZ

First-order transition
at $\mu = \mu_c$



— For $V \rightarrow \infty$, LYZs are accumulated on the line crossing the real axis at $\mu = \mu_c$.

LYZ around Critical Point in Ising Model



1st-transition

singularity on the real h axis

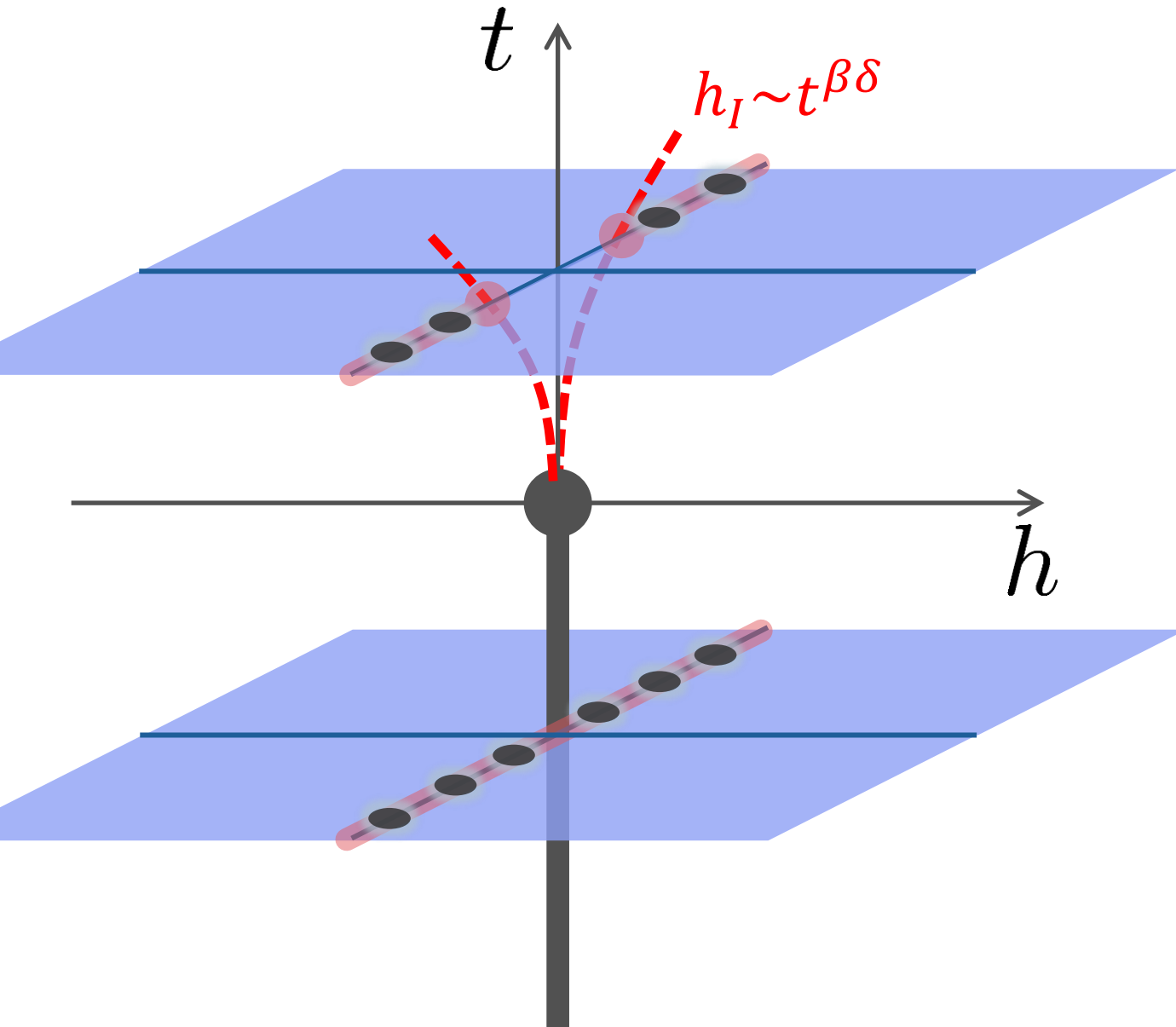
Crossover

no singularity on the real axis

Note:
LYZ in complex- h plane are
purely imaginary.

Lee-Yang, 1952

LYZ around Critical Point in Ising Model



1st-transition

singularity on the real h axis

Crossover

no singularity on the real axis



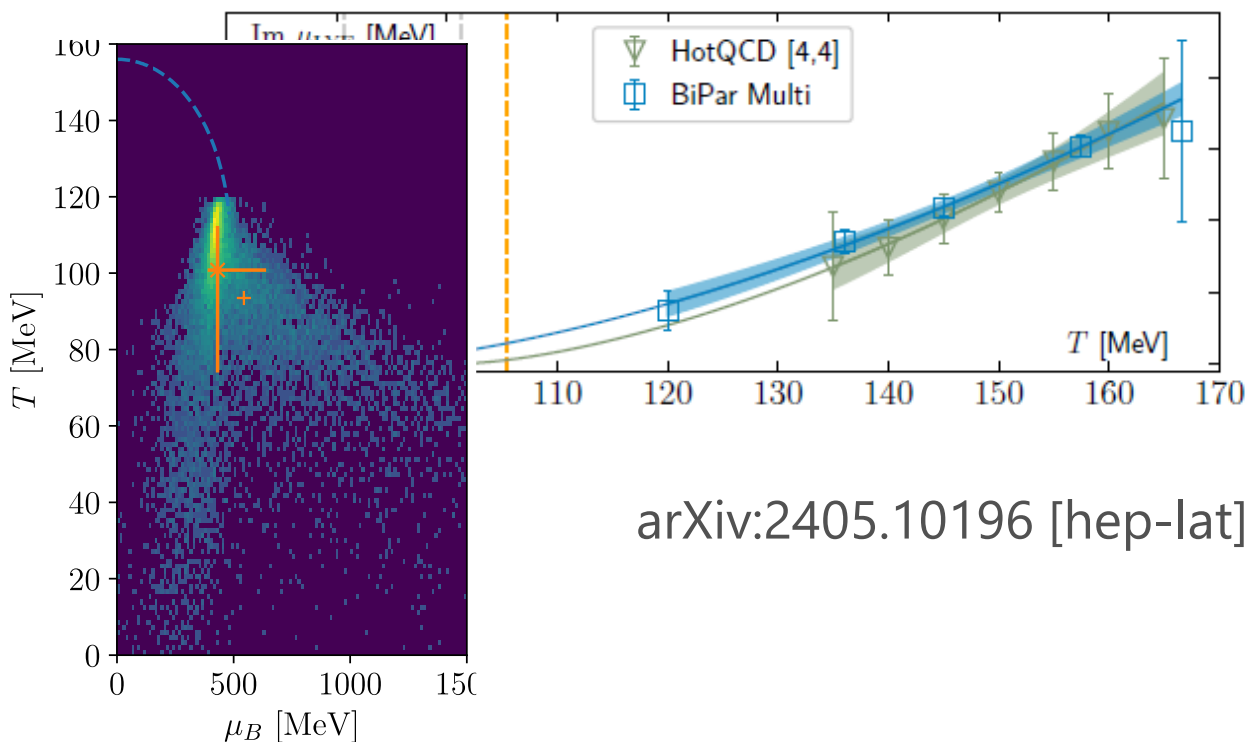
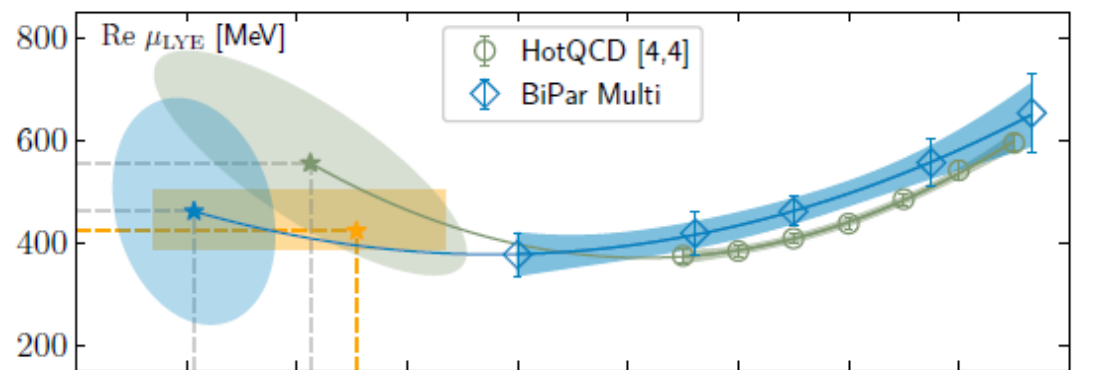
LY edge singularity

Starting from the CP

Its behavior is governed by the the scaling function.

$$h_I \sim t^{\beta\delta}$$

LYZによるQCD臨界点探索



arXiv:2405.10196 [hep-lat]

1st LYZ = LY edge singularity

を仮定して $\text{Im } \mu_{\text{LYZ}} \rightarrow 0$ へ外挿

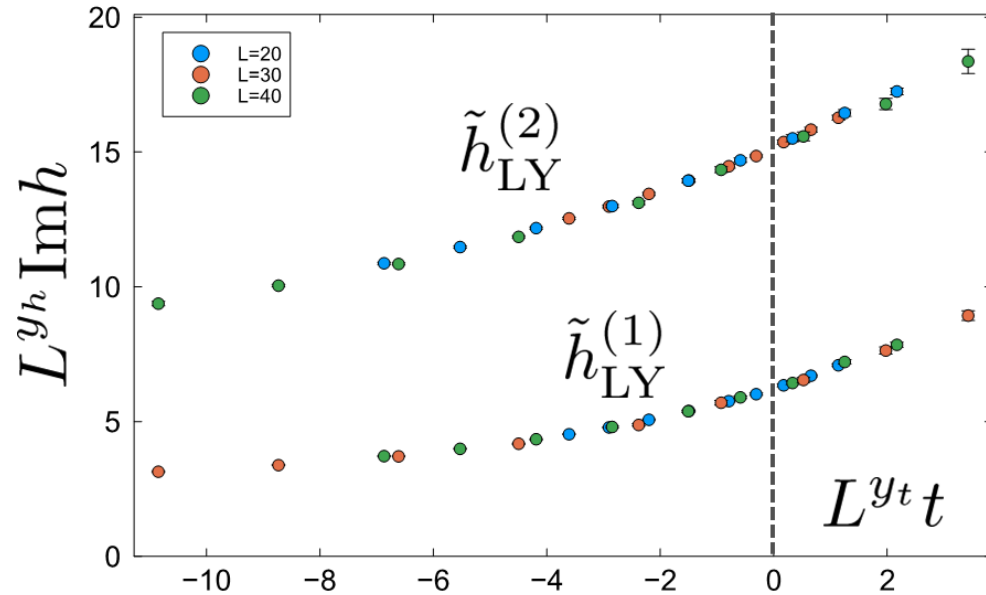
$$\begin{cases} \text{Re } \mu_{\text{LYZ}} = \mu_{\text{CP}} + c_1 \Delta t + c_2 \Delta t^2 \\ \text{Im } \mu_{\text{LYZ}} = c_3 \Delta t^{\beta\delta} \end{cases}$$



有限サイズ効果は？

LYES ≠ リーヤンゼロ

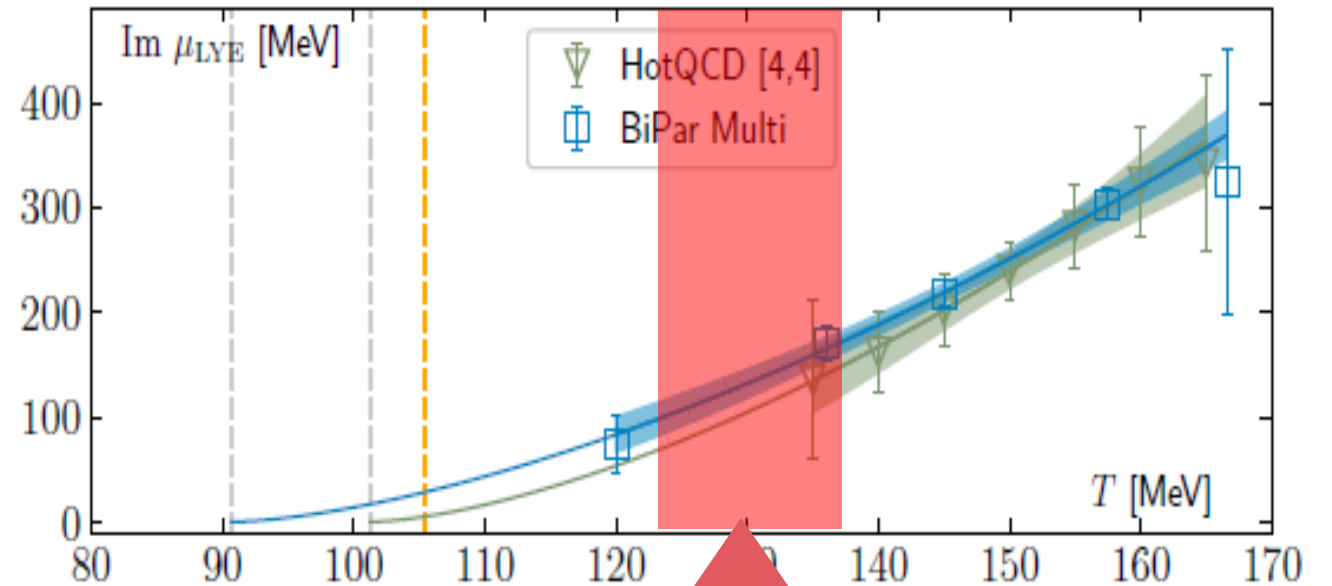
Ising model



$$T = T_c$$

LYZ in QCD

Clarke+, arXiv:2405.10196



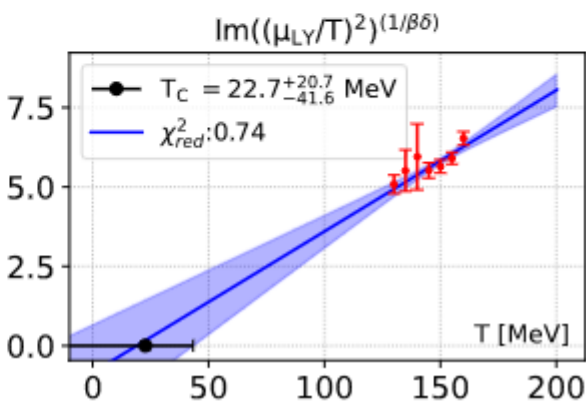
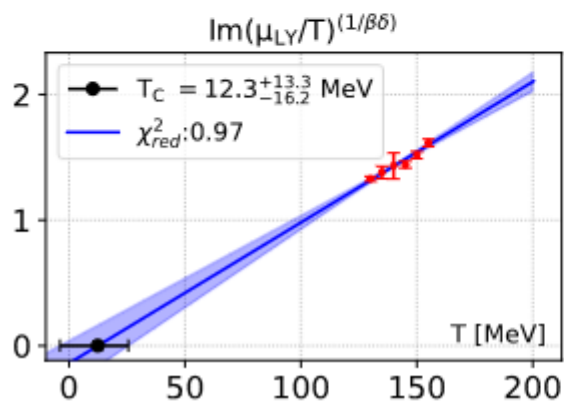
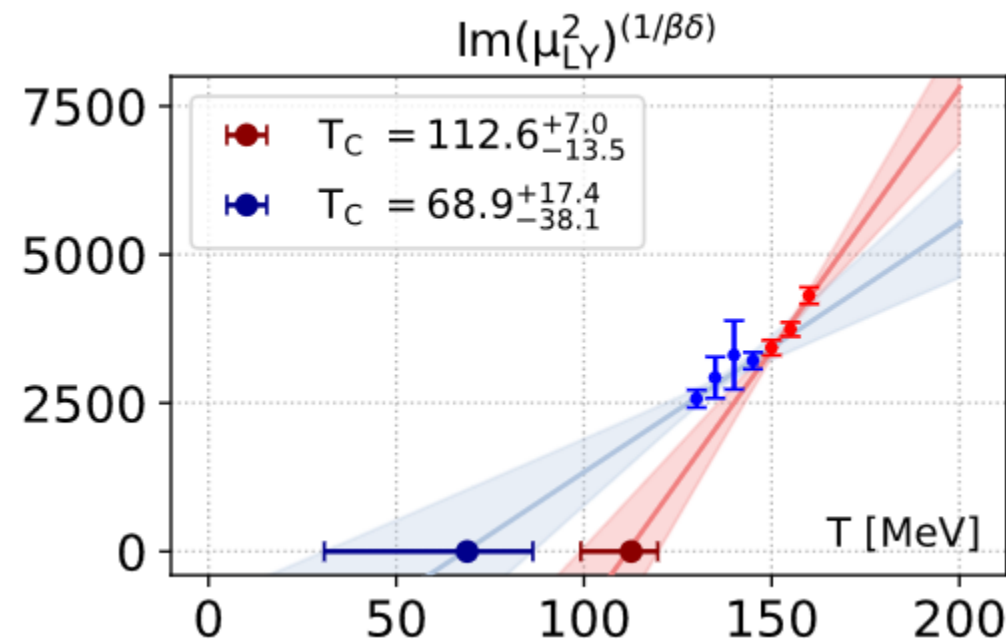
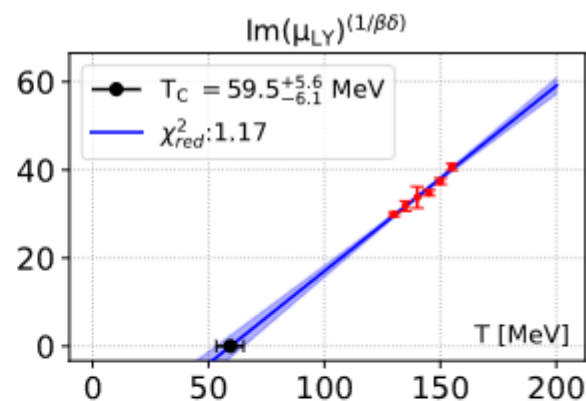
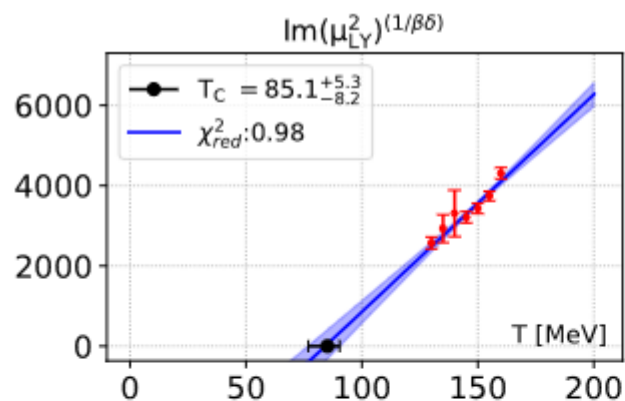
CP around here?

リーヤンゼロの有限体積効果は無視できない
解決策は？ → Wada, MK, Kanaya, PRL ('25)

Editors' Suggestion

LYESの外挿

Adam, Thu.

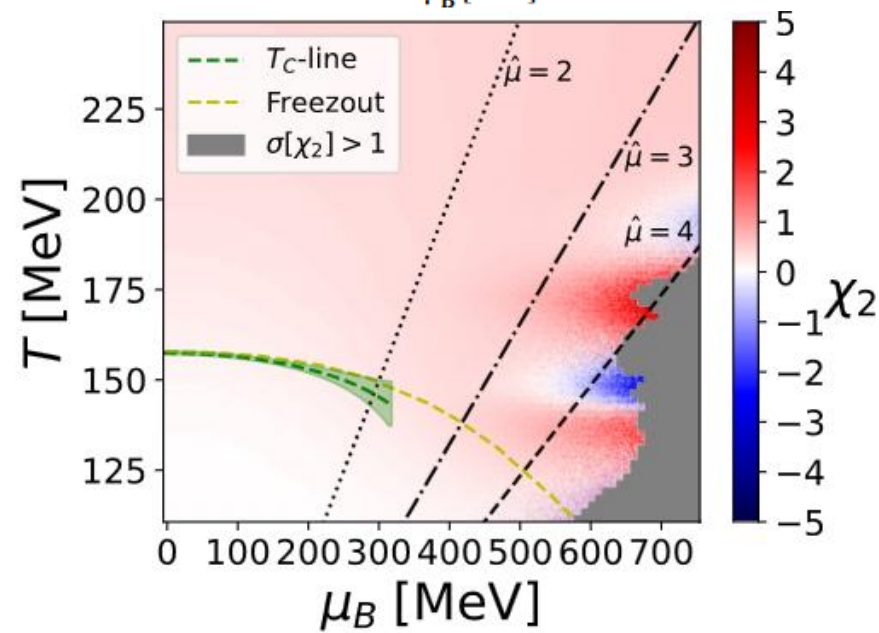
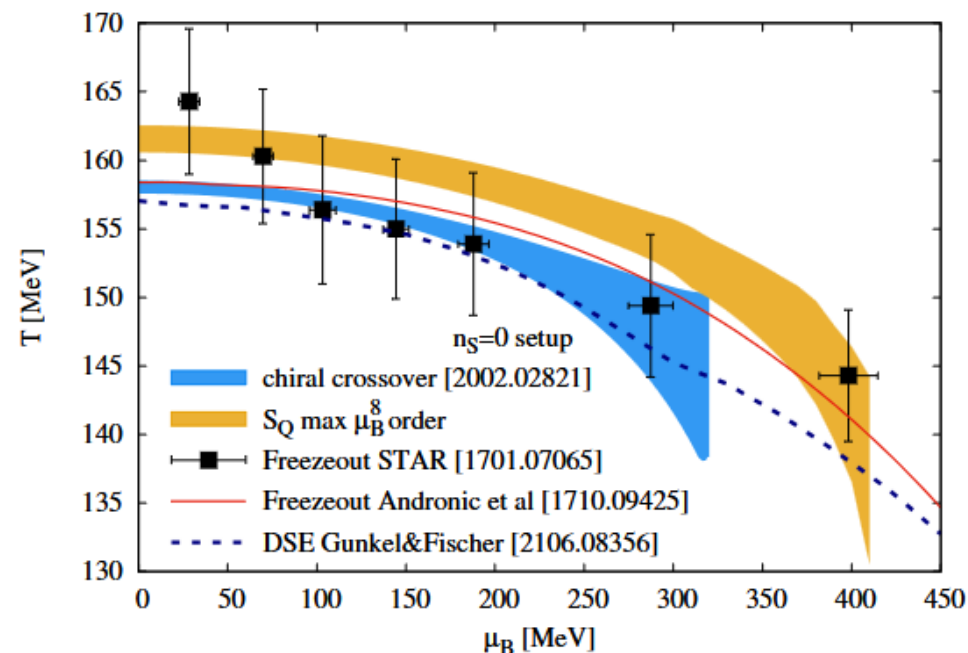


- 実軸への外挿には大きな不定性がある
- でも、有限体積効果により実軸への外挿は不適切

格子QCD近年の進展

- 臨界点は $\mu/T \sim 3$ くらいまでは存在しなさそうである
- クロスオーバーラインは $\mu/T \sim 2$ くらいまで決定
- 化学フリーズアウトとよく一致
- 小体積シミュレーションが一つの潮流
- 臨界点の位置は不明（存在しないかも）

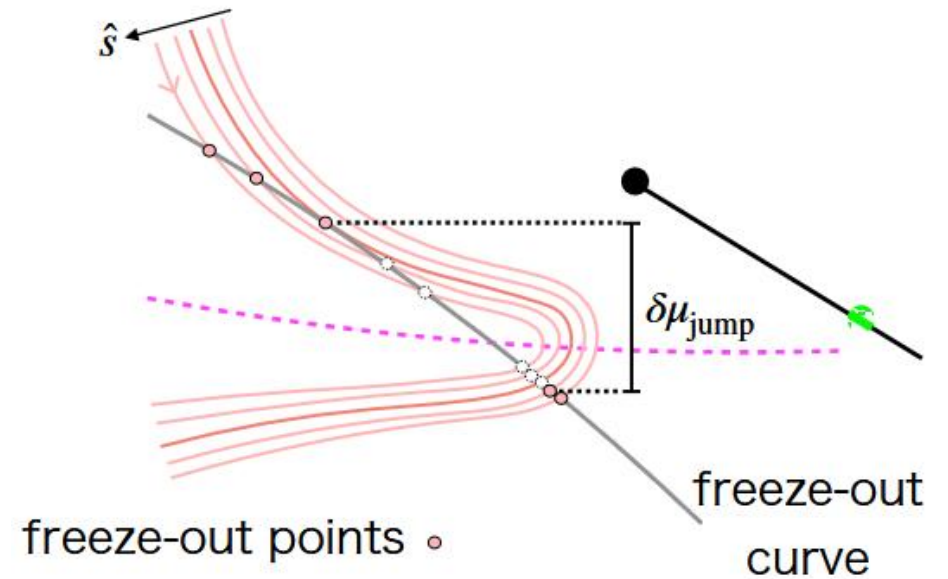
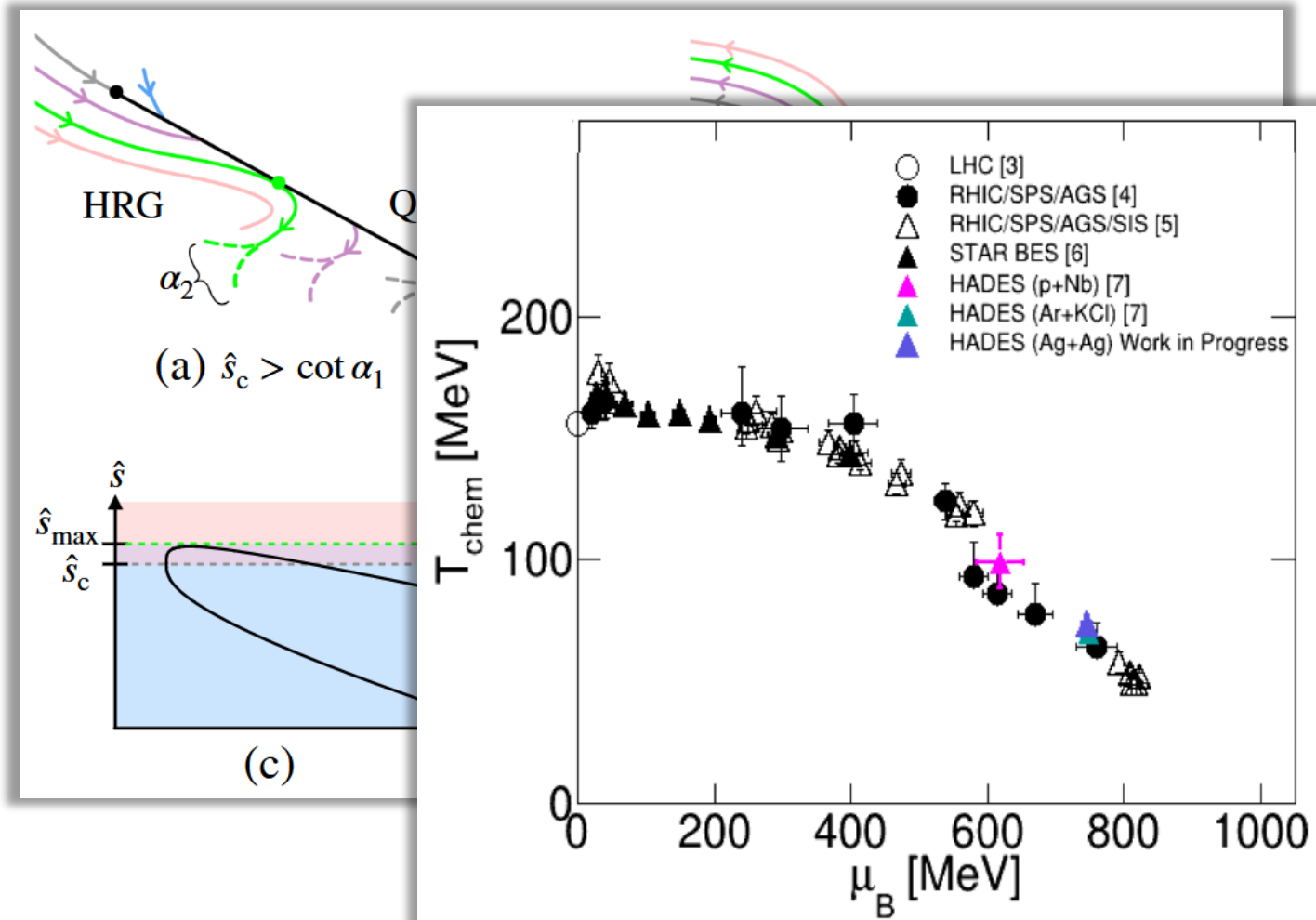
Borsanyi+, 2410.06216



Isentropic曲線とフリーズアウト

Sogabe, Wed.

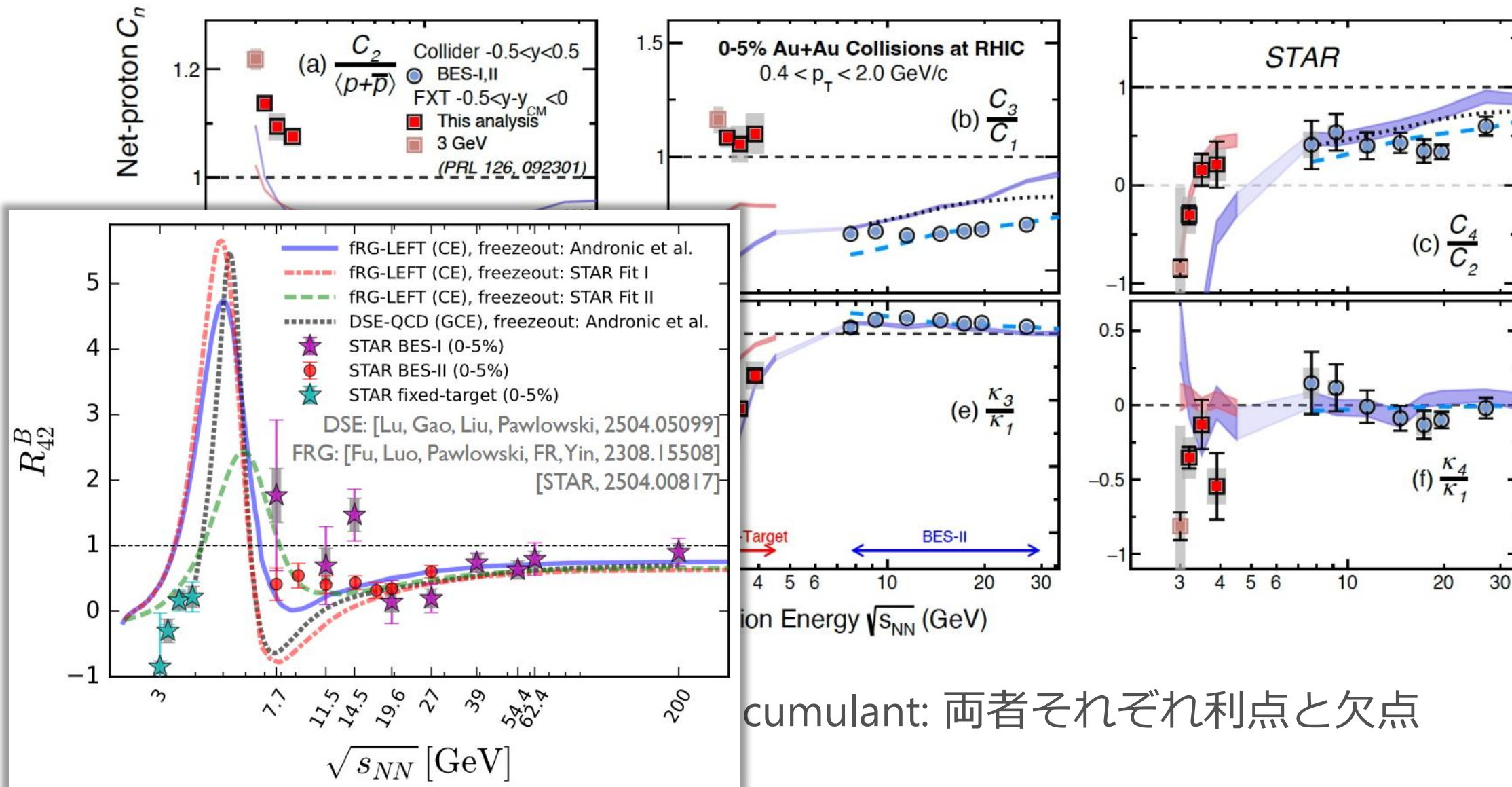
Pradeep, Sogabe, Stephanov, and Yee, PRC109,064905('24)



Jump in freezeout point?

ゆらぎ測定による臨界点探索

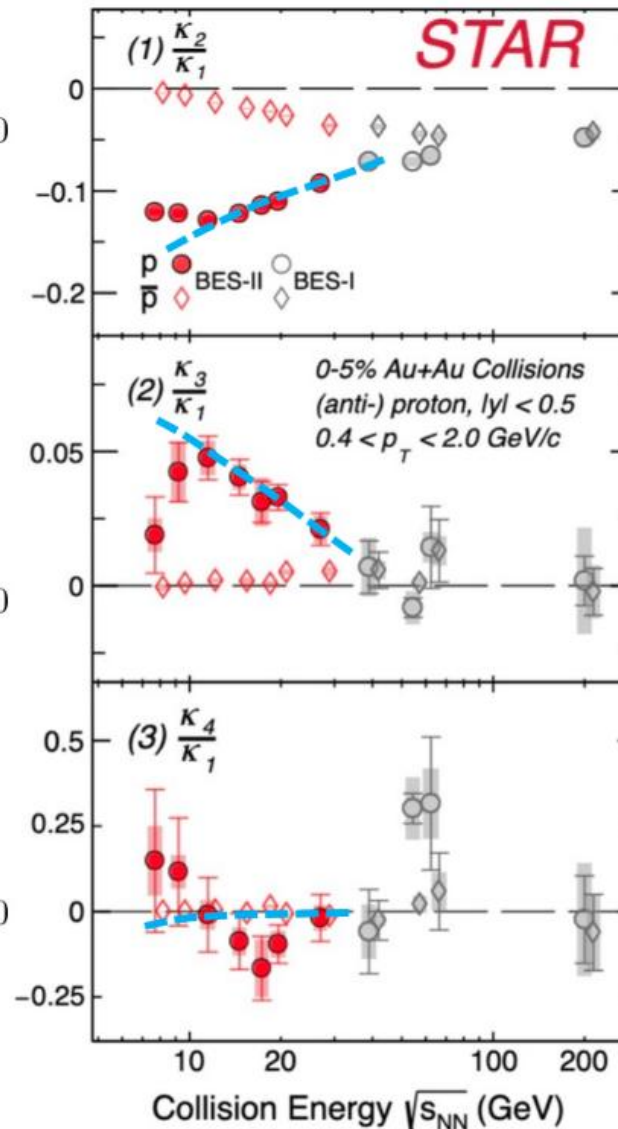
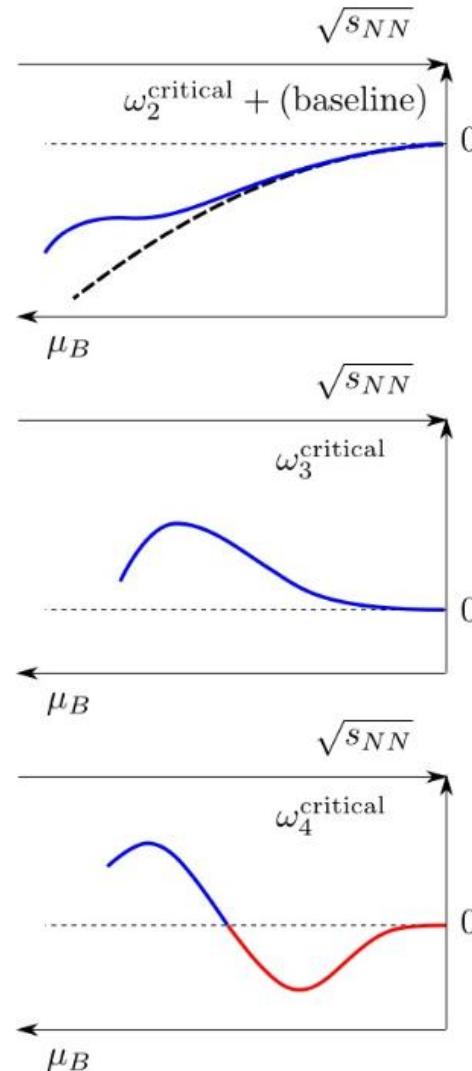
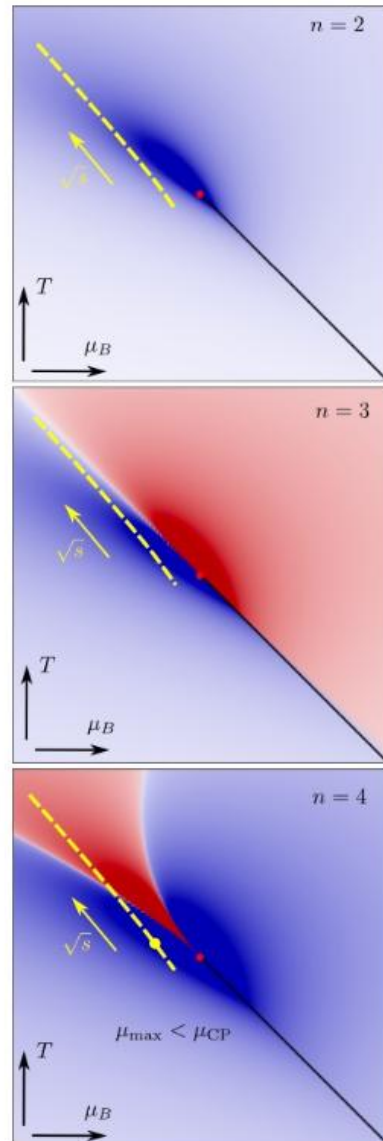
Esumi, Plenary



cumulant: 両者それぞれ利点と欠点

Possible explanation with critical point

arXiv : 2410.02861
M. Stephanov
V. Koch
BES-II workshop
Dec/2024, BNL



The interesting signal
is below $\sqrt{s} < 11$ GeV.

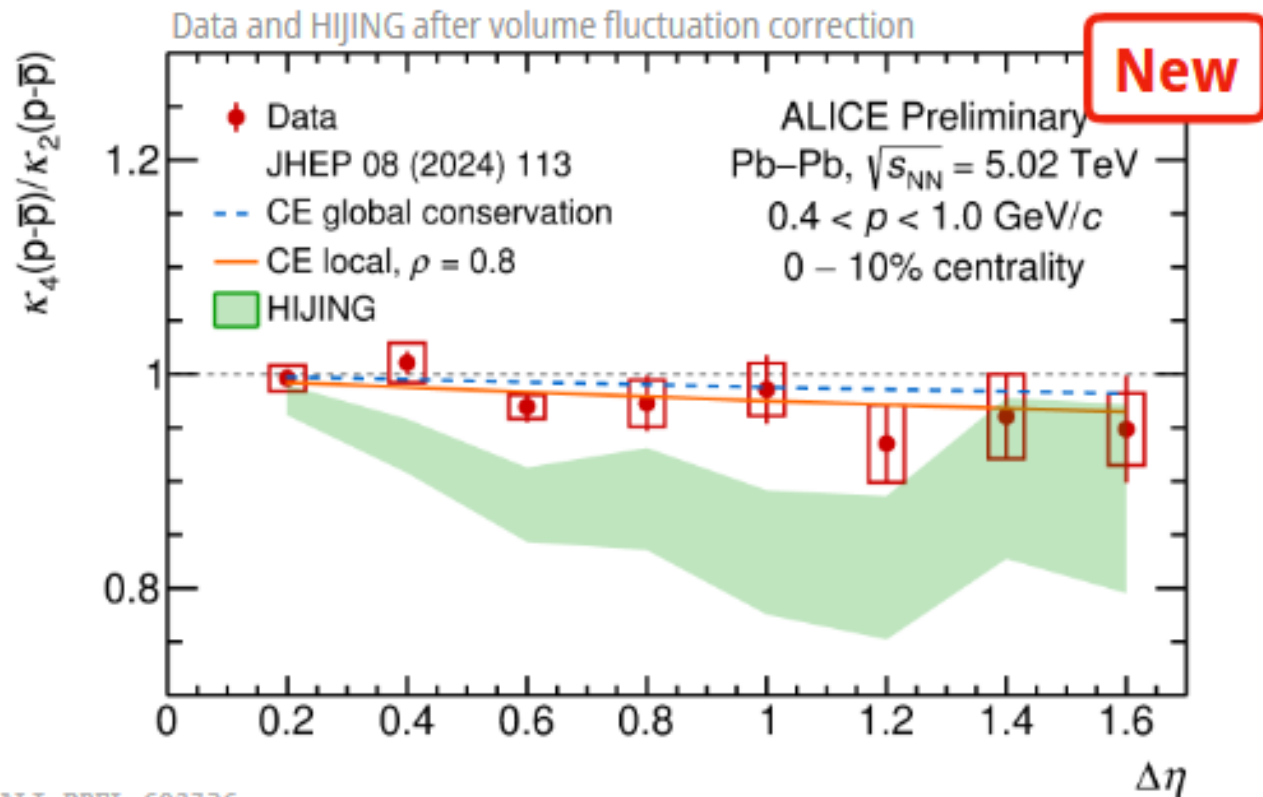
The peak structure is at $\sqrt{s} \sim 11$ GeV.
The deviation seem to be consistent
with some “attraction” which is not
part of our baseline.

The dip is at $\sqrt{s} \sim 19$ GeV.
The experimental data below
 $\sqrt{s} < 7.7$ GeV is necessary.

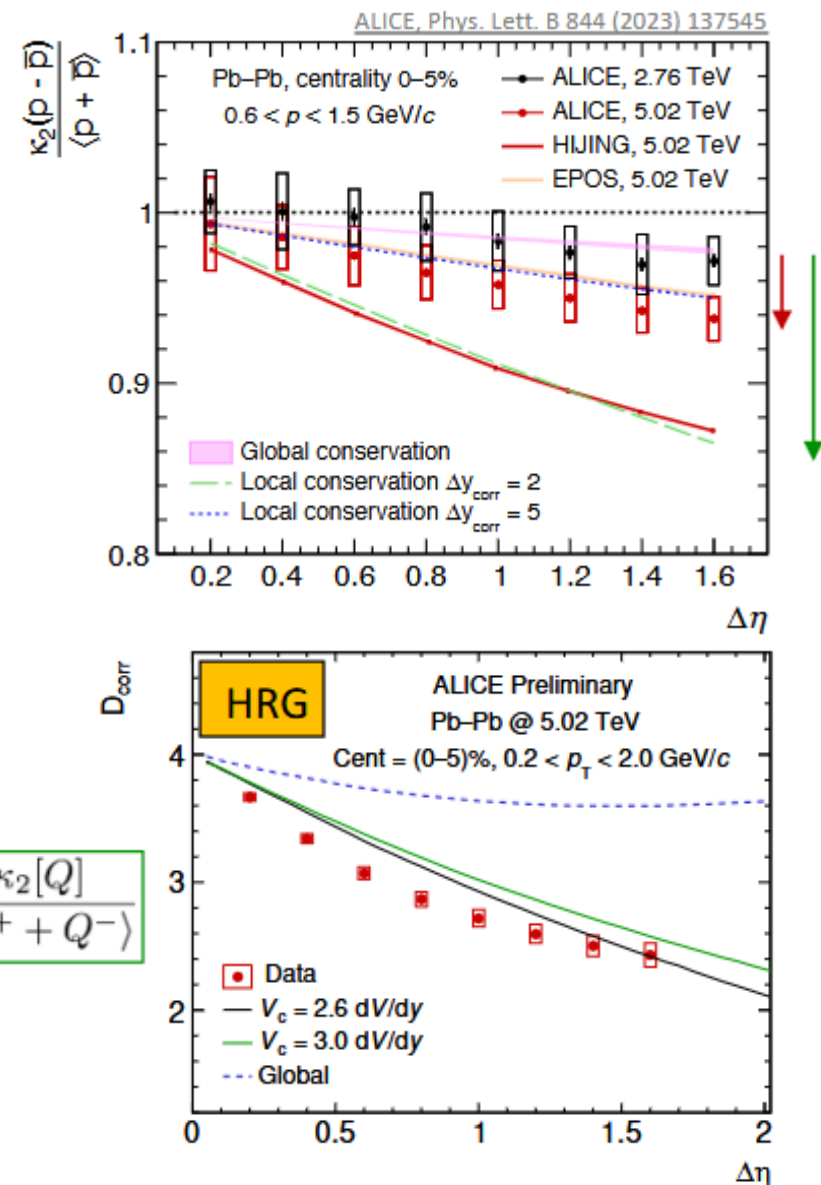
Hydro EV (excluded volume),
PRC 105 (2022) 014904,
V. Vovchenko, V. Koch, and C. Shen,

陽子4次キュムラント by ALICE

Fokin Tue.;
Arslandok, Plenary



- $\langle N_p^4 \rangle_c / \langle N_p^2 \rangle_c$ はポアソン分布と整合的
- 初期状態のシグナルは見えていない？

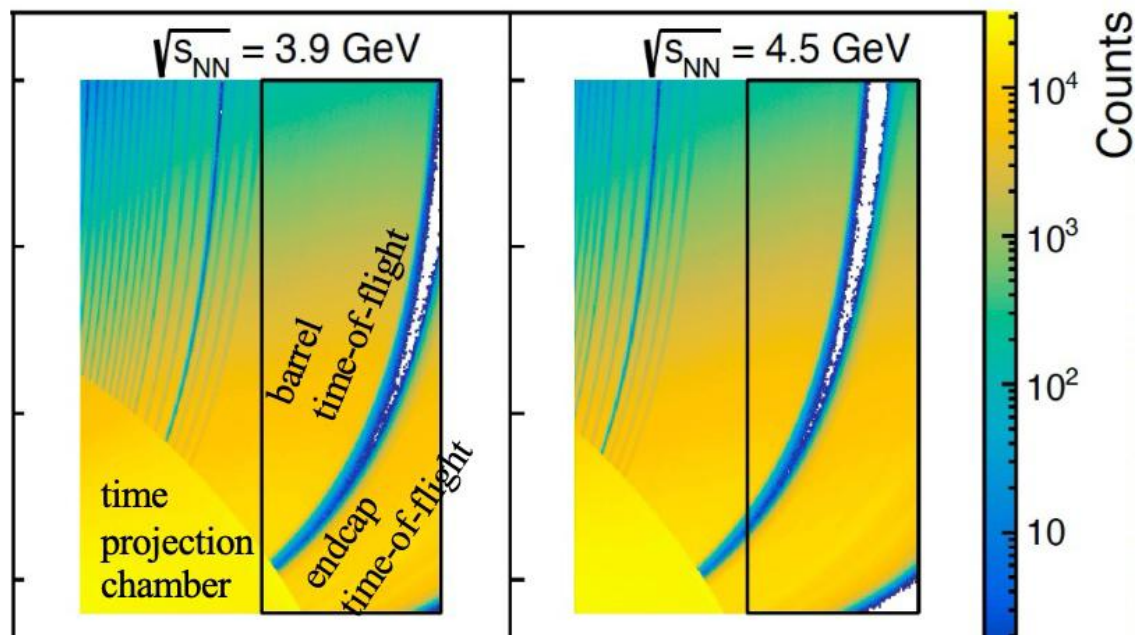


$$D = 4 \frac{\kappa_2[Q]}{\langle Q^+ + Q^- \rangle}$$

思うこと

- $\sqrt{s_{NN}} \simeq 20$ GeV付近に何かあることは確からしいと思う
- 他の観測量もこの付近で特異にふるまいがち
- しかし、それが臨界点とは限らない

- 化学フリーズアウト時点でのゆらぎを見ているわけではない
- アクセプタンス（ラピディティ幅など）への依存性評価の必要性



- STAR-FXTではアクセプタンスに穴が存在
- 適切な計測ができているのだろうか？



- 低エネルギーでの高性能検出器を使った実験が必要である

まとめ

- 臨界点探索に向けて、理論・実験・数値計算各分野で様々な試みが進む。
- 試行的な研究が多数。現状では、結論には遠い。
- しかし、そのような試みの中に新たな結果が生まれることを期待。

Cumulants or Factorial Cumulants?

